

Evaluación de la consistencia de las betas en el modelo de CAPM mediante un análisis de bootstraps con memoria

Josué Alan Cantú Esquivel¹   - Instituto Politécnico Nacional, México

Salvador Cruz Aké  - Instituto Politécnico Nacional, México

Ana Lorena Jimenez Preciado  - Instituto Politécnico Nacional, México

Resumen

Esta investigación evalúa la estabilidad de la beta del CAPM en diez activos financieros mediante series de tiempo complementandola con técnicas de bootstrapping, proponiendo incorporar un método basado en percentiles para un cálculo más realista de la sensibilidad de las acciones a oscilaciones sistemáticas del mercado. Se destaca la importancia de considerar las inconsistencias de la beta a lo largo del tiempo para evitar errores en la toma de decisiones y la gestión de riesgos. Los activos analizados son DVN, OXY, ON, FSLR, MRO, ENPH, APA, COP, STLD y MPC. Los resultados proporcionan evidencia empírica de la dinámica cambiante en la relación riesgo-rendimiento y su influencia en las estrategias de inversión. Finalmente, se propone una metodología de valoración alternativa que captura mejor la presencia de valores extremos en el mercado financiero.

Palabras clave: Modelo de Rendimiento de Activos de Capital (CAPM), Beta, Simulación Histórica, Bootstrapping, medida de riesgo.

Clasificación JEL: C16, C32, D81, E17, G11, G12.

Evaluation of Beta Consistency in the CAPM Model by Using a Memory Bootstrap Analysis

Abstract

Our work assesses the stability of CAPM beta across ten financial assets using time series analysis and bootstrapping techniques. We recommend incorporating a percentile-based method for a more realistic calculation of stock sensitivity to systematic market risk. It is important to consider beta inconsistencies over time to avoid errors in decision-making and risk management. The assets analyzed include DVN, OXY, ON, FSLR, MRO, ENPH, APA, COP, STLD, and MPC. The findings offer empirical evidence of the changing dynamics in the risk-return relationship and their influence on investment strategies. Finally, we propose an alternative valuation methodology that better captures the presence of extreme values in the financial market.

Keywords: Capital Asset Pricing Model (CAPM), Beta, Historical Simulation, Bootstrapping, risk measure.

JEL Classification: C16, C32, D81, E17, G11, G12.

7224761483

¹ Autor de correspondencia. Email: jcantue@ipn.mx. Instituto Politécnico Nacional, Escuela Superior de Economía.

*Sin fuente de financiamiento para el desarrollo de la investigación



1. Introducción

El estudio sobre la relación entre riesgo y rendimiento ha sido ampliamente abordado en la investigación financiera, ello ha animado la creación de diversos modelos para la estimación de retornos potenciales en activos de renta variable a través de supuestos teóricos respecto a cómo deberían desempeñarse los activos en comparación con la rentabilidad del mercado. Al respecto, el modelo de valuación de activos de capital (CAPM), desarrollado por Sharpe (1964), Lintner (1965) y Black (1972), sigue siendo uno de los más empleados para este análisis al estimar el rendimiento esperado de un activo mediante una regresión lineal entre la rentabilidad del mercado con la de un activo en cuestión, considerando factores de riesgo sistemático e idiosincrático en los mercados y empleando las betas como estimadores de la rentabilidad potencial de cada activo frente a las variaciones del mercado. Este modelo sugiere que la beta puede ofrecer una relación potencialmente predictiva con respecto a la rentabilidad esperada de un activo ante cambios en la rentabilidad del mercado.

No obstante, por sus supuestos y simplicidad el CAPM ha sido objeto de extenso escrutinio y debate debido a la abundante evidencia empírica que cuestiona sus resultados y supuestos que modelan la relación riesgo-rendimiento. Por ejemplo, Roll (1977), argumentan que la tasa de interés libre de riesgo está negativamente correlacionada con el rendimiento esperado del mercado, pero positivamente correlacionada con la varianza. Además, Venegas (2008) critica el uso de una relación lineal para estimar las sensibilidades de los activos y la pertinencia de utilizar la volatilidad como medida de riesgo en acciones. En adición, Climent, Sánchez y Ortiz (2021) señalan que, si la volatilidad de los activos es cambiante, hay mejores alternativas a modelar que el empleo de la distribución normal. Estas críticas subrayan la necesidad de mejorar el modelo para obtener resultados más realistas y así perfeccionar el análisis sobre la volatilidad del mercado.

En sintonía con la inestabilidad de la beta, la hipótesis de nuestro trabajo sugiere que, si la volatilidad (tanto del mercado como de los activos) es dinámica, entonces se puede obtener una aproximación más precisa de la beta del CAPM mediante regresiones basadas en muestras obtenidas por *bootstrapping*, al considerar la beta como una variable aleatoria. En línea con la hipótesis, el objetivo principal de la investigación consiste en proponer la construcción de una beta mediante *bootstrapping* y calibrada por cuantiles para cada activo analizado. Para lograr esto, proponemos examinar la evolución y estabilidad de las betas del CAPM en intervalos mensuales, trimestrales, semestrales y anuales, utilizando información diaria. Argumentamos que esta incorporar esta metodología facilita la calibración de los parámetros en percentiles más realistas, lo que captura de forma más adecuada los cambios bruscos en la rentabilidad del mercado y los valores extremos en rendimientos. Proponemos que calcular los estimadores incorporando esta propuesta produce resultados más coherentes para medir la sensibilidad latente de cada activo a las variaciones del mercado al considerar el percentil de la regresión utilizado para evaluar cada parámetro. La investigación se enfoca en analizar cómo oscila la beta

para las 10 acciones del S&P500 que tuvieron la mejor rentabilidad anualizada desde el 2 de enero de 2020 hasta el 3 de febrero de 2023². Los activos estudiados son:

Tabla 1. Acciones analizadas.

Ticker	Nombre de la Compañía	Sector
DVN	Devon Energy Corporation	Energía
OXY	Occidental Petroleum Corporation	Energía
ON	Semiconductor Corporation	Tecnología
FSLR	First Solar, Inc.	Energía/Solar
MRO	Marathon Oil Corporation	Energía
ENPH	Enphase Energy, Inc.	Energía/Solar
APA	APA Corporation	Energía
COP	ConocoPhillips	Energía
STLD	Steel Dynamics, Inc.	Industria/Manufactura
MPC	Marathon Petroleum Corporation	Energía/Refinación de Petróleo

Fuente: Elaboración de los autores.

En suma, nuestra principal aportación consiste en proponer una forma alternativa para calcular la beta del CAPM mediante la recolección de información a través del remuestreo de observaciones que incorporan un grado de memoria y contemplar particiones por percentiles al considerar que la beta se comporta como una variable aleatoria según las condiciones del mercado. Los resultados de esta propuesta permiten una valuación al riesgo más realista considerando cambios estructurales del mercado y valores extremos en los rendimientos al abandonar el supuesto de que la esperanza en medias es estable en el tiempo, lo permite una estimación más precisa de la beta según la dinámica del mercado. Nuestros resultados se suman a las evidencias que cuestionan los supuestos de estabilidad construidos bajo principios de linealidad, lo que sugiere la existencia de una brecha importante en la implementación de las metodologías que miden el riesgo respecto la realidad de los mercados, provocando posibles sesgos en la construcción de carteras y toma de decisiones en inversiones de renta variable. El modelado expone que las betas se comportan más como una variable aleatoria y que no es ni determinista ni estable en las particiones del período de estudio analizado. Desde este sentido, la principal contribución de este trabajo se haya en que dota de evidencia empírica actual y consistente respecto al análisis y evolución en el tiempo de la relación riesgo-rendimiento para la construcción de estrategias de inversión. El resto del trabajo se organiza de la siguiente manera: la segunda sección presenta una revisión de la literatura y trabajos afines al nuestro mientras que la tercera describe la metodología y su aplicación. Por su parte, la cuarta sección expone las conclusiones y los alcances que el modelo arrojó, además de identificar algunas líneas potenciales de investigación a futuro.

² Nuestra propuesta metodológica se prueba inicialmente en activos de un mercado desarrollado para evaluar su efectividad, con la intención de aplicarla posteriormente al contexto de una economía emergente como la mexicana para futuras investigaciones.

2. Revisión de literatura

Fundamentado en el principio de mercados eficientes, CAPM sugiere que la variación en los rendimientos del mercado ocasionará variaciones en la rentabilidad esperada de los activos que le conforman. Este factor de amplificación puede cuantificarse mediante las betas para cada acción. Con esta afirmación, uno de los principales supuestos del modelo implica que al construir cada beta por activo en función de un indicador del mercado (*benchmark*), se debería observar una relación predictiva entre los rendimientos esperados y el tamaño de la beta, por la volatilidad sistemática de los mercados. Además, el modelo postula que el rendimiento en exceso (intercepto de la regresión) debería tender a cero, asumiendo que hay información completa entre los agentes, quienes no deberían superar consistentemente al mercado al elegir acciones. También sugiere que el intercepto puede expresarse mediante la tasa de interés libre de riesgo del mercado. Sin embargo, estudios como los realizados por Friend y Blume (1970) o Stambaugh (1982) han cuestionado esta hipótesis al analizar el intercepto en regresiones de corte transversal. Sus resultados indican que este tiende a ser positivo en regresiones que consideran acciones, bonos y bienes inmobiliarios, y que es significativo incluso sin incluir la tasa libre de riesgo en los modelos.

Baker, Bradley y Wurgler (2011) respaldan la existencia de una relación positiva entre los estimadores beta con los rendimientos futuros de las acciones. Sin embargo, Reinganum (1981), Lakonishok y Shapiro (1984), así como Fama y French (1992, 1993), han proporcionado evidencia que sugiere que estas relaciones no son estadísticamente robustas ni estables en pruebas de estabilidad en los parámetros. También Baker, Bradley y Wurgler (2011), basados en un análisis de volatilidad, descubrieron que las acciones con beta alta han mostrado rendimientos bajos ajustados por riesgo en los mercados financieros de EE. UU., lo cual contradice los principios y la aplicabilidad directa del CAPM.

Otros estudios también han señalado relaciones negativas en la conexión riesgo-rendimiento. Trabajos notables en este análisis incluyen a French, Schwert y Stambaugh (1987), Guo y Whitelaw (2006), y Bali, Demirtas y Levy (2009). Estos fundamentan sus afirmaciones en modelos intertemporales que separan al riesgo sistémico de mercado. Sus resultados restan de validez al parámetro beta de CAPM y su estabilidad en el tiempo. Profundizando en el tema, Whitelaw (2000) también analiza la relación riesgo y rendimiento mediante modelos de equilibrio general. Sus resultados revelan que, al considerar información del consumo, CAPM produce una relación no lineal y dinámica en el tiempo entre los rendimientos esperados y la volatilidad. Además, Guo y Whitelaw (2006) emplean un CAPM Intertemporal (ICAPM) para el estudio de la consistencia de beta, su análisis identifica una relación positiva pero inestable a lo largo del tiempo entre el riesgo y el rendimiento en el mercado de acciones. Este hecho fortalece la idea de que cada vez que se analice un nuevo conjunto de datos, la media muestral cambie de manera considerable. Cox y Ross (1976) ya habían considerado la evolución y dinamismo de la volatilidad de cada activo por la estructura de los procesos estocásticos inherentes a los activos financieros. Su trabajo considera esta dinámica para construir un modelo de valuación de opciones que contemple procesos de difusión y saltos de Poisson.

Otra crítica al CAPM surge debido a que, aunque sostiene una relación positiva entre la beta de las acciones con su rentabilidad esperada, hay investigaciones que han identificado resultados contrarios. Por ejemplo, Carrasco (2018) destaca oportunidades de inversión rentables al apostar en contra de la beta de un activo en mercados desarrollados utilizando regresiones Ridge y Lasso para la estimación del parámetro. Además, Lakonishok y Shapiro (1984), previamente explicaron que estas oportunidades son más comunes en activos con betas pequeñas o grandes debido a su bursatilización, dinamismo y a su apetito en el mercado, que los vuelve más sensibles a oscilaciones sistemáticas. Ambos concluyen que solo bajo circunstancias específicas de estabilidad en la distribución de los rendimientos en exceso del mercado, los estimadores alfa y beta se relacionan proporcionalmente con la varianza condicional del mercado.

Trejo y Gallegos (2021) resaltan la discusión sobre el uso de medidas de riesgo convencionales, como la beta del CAPM entre operadores de mercado, gestores de riesgos y *traders*, ya que esta métrica continúa siendo uno de los indicadores inmediatos para evaluar sensibilidades y riesgos entre activos en portafolios en relación con el mercado. Los autores subrayan la relevancia de la beta en el modelado y la gestión de carteras, ya que su principal objetivo es servir como una aproximación de la rentabilidad latente al riesgo del mercado que ayuda en la toma de decisiones relacionadas a las ventajas de la diversificación y evitar contagios entre activos en carteras.

Respecto a este punto, Rossignolo y Álvarez (2015) subrayan que si bien los acuerdos de Basilea buscan incorporar en la estructura de los modelos regulatorios la volátil dinámica de los mercados financieros, la implementación de estos mediante análisis simplificados en la información de la realidad (como el caso de CAPM) han reflejado importantes discrepancias. Esto refuerza nuestra afirmación sobre la existencia de una brecha importante en la implementación de metodologías para la medición de riesgos financieros. Estos antecedentes motivan nuestra investigación y ofrecen un enfoque de partida para examinar la formulación, validez y conclusiones esenciales del CAPM en su interpretación de la relación entre riesgo y rendimiento, así como para evaluar la estabilidad y consistencia de los parámetros beta a lo largo del tiempo como indicadores de esta. Nuestro trabajo propone realizar un planteamiento estadístico sobre la estabilidad y pertinencia del uso de las betas considerando las oscilaciones entre el mercado y los activos financieros, en calidad de que estos parámetros, puedan estimar el rendimiento esperado acorde a su evolución en el mercado. En el siguiente apartado se explica la metodología empleada para este objetivo.

3. Metodología

En este apartado, se describe la implementación del modelo utilizando diez activos del S&P500 desde el 2 de enero de 2020 hasta el 3 de febrero de 2023. Conforme al enfoque del modelo, es esencial evaluar el comportamiento del rendimiento de un activo ante las fluctuaciones del mercado. Para ello, se emplea el CAPM como método inicial, realizando una regresión lineal en rendimientos para analizar cómo la rentabilidad del *benchmark* influye en el rendimiento de cada activo, para estimar las betas primero de forma estática y posteriormente dinámica.

En el contexto económico del período de estudio, los negocios relacionados a actividades energéticas gozaron de marcadas rentabilidades desde finales de 2021 y en mayor parte del 2022, ya que fueron impulsados por la reapertura económica tras la pandemia del *covid-19* y posteriormente, el dinamismo del sector fue alentado por la especulación originada por los impactos derivados del conflicto bélico de Rusia-Ucrania que fomentaron el incremento en la demanda de combustibles y energías a nivel global. Esto explica por qué el giro de los activos estudiados se dedica principalmente al sector energético y de energías renovables, así como otros relacionados.

3.1 Presentación metodológica

Se utilizó el precio de cierre ajustado de las 503 empresas del S&P500, con información de Yahoo Finance al 3 de febrero de 2023. A través de técnicas de minería de datos en R y Python, se calcularon la rentabilidad, volatilidad y Sharpe Ratio anualizados de todos los activos. Posteriormente, se clasificaron los resultados de forma ascendente, seleccionando los diez activos con mayor rentabilidad anualizada en el análisis subsiguiente. La tabla 2 presenta las empresas analizadas junto con una pequeña descripción de su giro empresarial, mientras que la tabla 3 dota información relevante para el caso de estudio.

Tabla 2. Descripción de las actividades de las acciones analizadas.

Compañía	Descripción
Devon Energy Corporation (DVN)	Compañía del sector energético. Se dedica a la exploración, desarrollo y producción de petróleo, gas natural y líquidos de gas natural en los Estados Unidos. Opera aproximadamente 5,134 pozos brutos y tiene su sede en Oklahoma City, Oklahoma.
Occidental Petroleum Corporation (OXY)	Occidental Petroleum Corporation (junto con sus subsidiarias) se dedican a la adquisición, exploración y desarrollo de propiedades de petróleo y gas en Estados Unidos, Medio Oriente, África y América Latina. Opera a través de tres segmentos: Petróleo y Gas, Química y Midstream y Marketing. El segmento de petróleo y gas explora, desarrolla y produce petróleo y condensado, líquidos de gas natural (LGN) y gas natural. Tiene sede en Houston, Texas.
Semiconductor Corporation (ON)	Se dedica a las "energías inteligentes". Colaboran en la electrificación de la industria automotriz con vehículos eléctricos más ligeros y de mayor alcance. Potencia los sistemas de carga rápida e impulsa la energía sostenible mediante cuerdas solares, la energía industrial y los sistemas de almacenamiento energéticos. Tiene su sede en Phoenix, Arizona.
First Solar, Inc. (FSLR)	Genera energía solar fotovoltaica en Estados Unidos, Japón, Francia, Canadá, India, Australia e internacionalmente. La compañía diseña, fabrica y vende módulos solares que convierten la luz solar en electricidad. Sirve a desarrolladores y operadores de sistemas, servicios públicos, productores de energía independientes, empresas comerciales e industriales. Tiene sede en Tempe, Arizona.

Marathon Oil Corporation (MRO)	Se dedica a la exploración, producción y comercialización de petróleo crudo y condensado, además de líquidos de gas natural y la producción y comercialización de productos fabricados del mismo, como el gas natural licuado y el metanol. Tiene sede en Houston, Texas.
Enphase Energy, Inc. (ENPH)	Diseña, desarrolla, fabrica y vende soluciones de energía doméstica para la industria solar fotovoltaica en los Estados Unidos e internacionalmente. Posee tecnologías patentadas de redes y software para proporcionar servicios de monitoreo y control de energía, además de sistemas de almacenamiento de baterías. Tiene sede en Fremont, California.
APA Corporation (APA)	A través de sus subsidiarias, explora, desarrolla y produce propiedades de petróleo y gas. Tiene operaciones en los Estados Unidos, Egipto y el Reino Unido, así como posee cuatro oleoductos del Pérmico a la Costa del Golfo. APA Corporation fue fundada en 1954 y tiene sede en Houston, Texas.
Conoco Phillips (COP)	Se dedica a la exploración, producción, transporte y comercialización de petróleo crudo, gas natural licuado (GNL) y líquidos de gas natural en todo el mundo. Se enfoca principalmente a los depósitos de petróleo convencionales y apretados, gas de esquisto, petróleo pesado, arenas petrolíferas y otras operaciones de producción. Fue fundada en 1917 y tiene sede en Houston, Texas.
Steel Dynamics, Inc. (STLD)	Opera como productor de acero y reciclador de metales en los Estados Unidos mediante tres segmentos: operaciones de acero, reciclaje de metales y operaciones de fabricación de acero. La empresa también exporta sus productos. Steel Dynamics, Inc. fue incorporada en 1993 y tiene su sede en Fort Wayne, Indiana.
Marathon Petroleum Corporation (MPC)	Junto con sus subsidiarias, opera como una compañía integrada al sector energético, principalmente en Estados Unidos: transporta, almacena, distribuye y comercializa petróleo crudo, líquidos de gas natural y productos refinados a través de activos logísticos de refinación, oleoductos, terminales, remolcadores y barcazas. También refina petróleo crudo y otras materias primas en sus refinerías en las regiones de la Costa del Golfo, el Continente Medio y la Costa Oeste de los Estados Unidos. Fue fundada en 1887 y tiene su sede en Findlay, Ohio.

Fuente: Elaboración de los autores, con información descriptiva de Yahoo Finance y Bloomberg.

Tabla 3. Estadísticos de los rendimientos de los activos: enero 2022 - febrero 2023

Activo	Rentabilidad anualizada	Volatilidad anualizada	Sharpe Index	Beta
ENPH	0.99	0.82	1.21	1.59
DVN	0.59	0.7	0.85	1.44
ON	0.58	0.63	0.93	1.73
STLD	0.57	0.5	1.16	1.22
APA	0.56	0.84	0.67	1.62
FSLR	0.49	0.53	0.92	0.92
MRO	0.48	0.69	0.69	1.27
OXY	0.46	0.77	0.59	1.47
MPC	0.41	0.55	0.74	1.3
COP	0.35	0.52	0.67	1.18

Fuente: Elaboración de los autores, Python y Excel.

Dado que las variables al estar enfocadas al giro de energías y sectores relacionados con la distribución y almacenamiento de la misma, comparten tendencias comunes entre ellas, aunque con algunas peculiaridades propias de cada una. Puede consultarse en los anexos el diagrama de correlación entre las series tanto en su escala original como en rendimientos, en las cuales predominan las medidas de asociación por encima del 0.79, lo cual refuerza el hecho de que las series se relacionen dado el riesgo sistemático al que pertenecen por formar parte de la composición del S&P500, además del riesgo idiosincrático por pertenecer a la actividad de un sector en común en el cual las acciones están mayormente relacionadas: el sector energético.

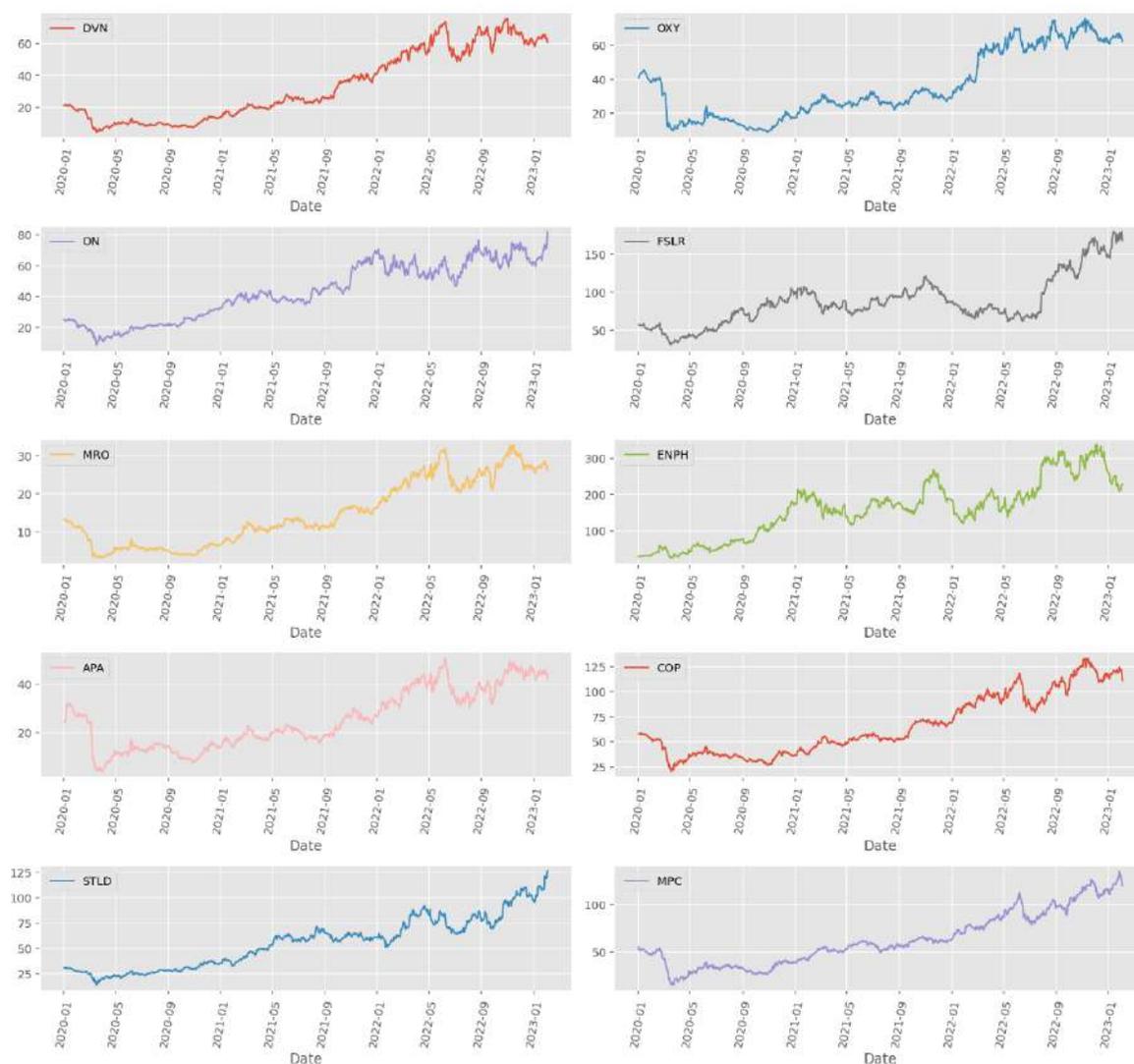


Figura 1. Desempeño de los diez mejores activos del S&P500: 2 de enero 2020 – 3 de febrero 2023

Fuente: Elaboración de los autores, con información de Yahoo Finance, Python.

Como se mencionó en el apartado dos, el CAPM plantea la regresión para el cálculo de la beta no con la información en su escala original, sino con el rendimiento de los activos. Para ello se procede al cálculo de los rendimientos intradía de los mismo. La Figura 2 proporciona un análisis detallado de la rentabilidad de cada activo: se calcula el rendimiento intradía promedio, la mediana y la desviación estándar de cada distribución, lo que se ilustra mediante sus respectivos histogramas.

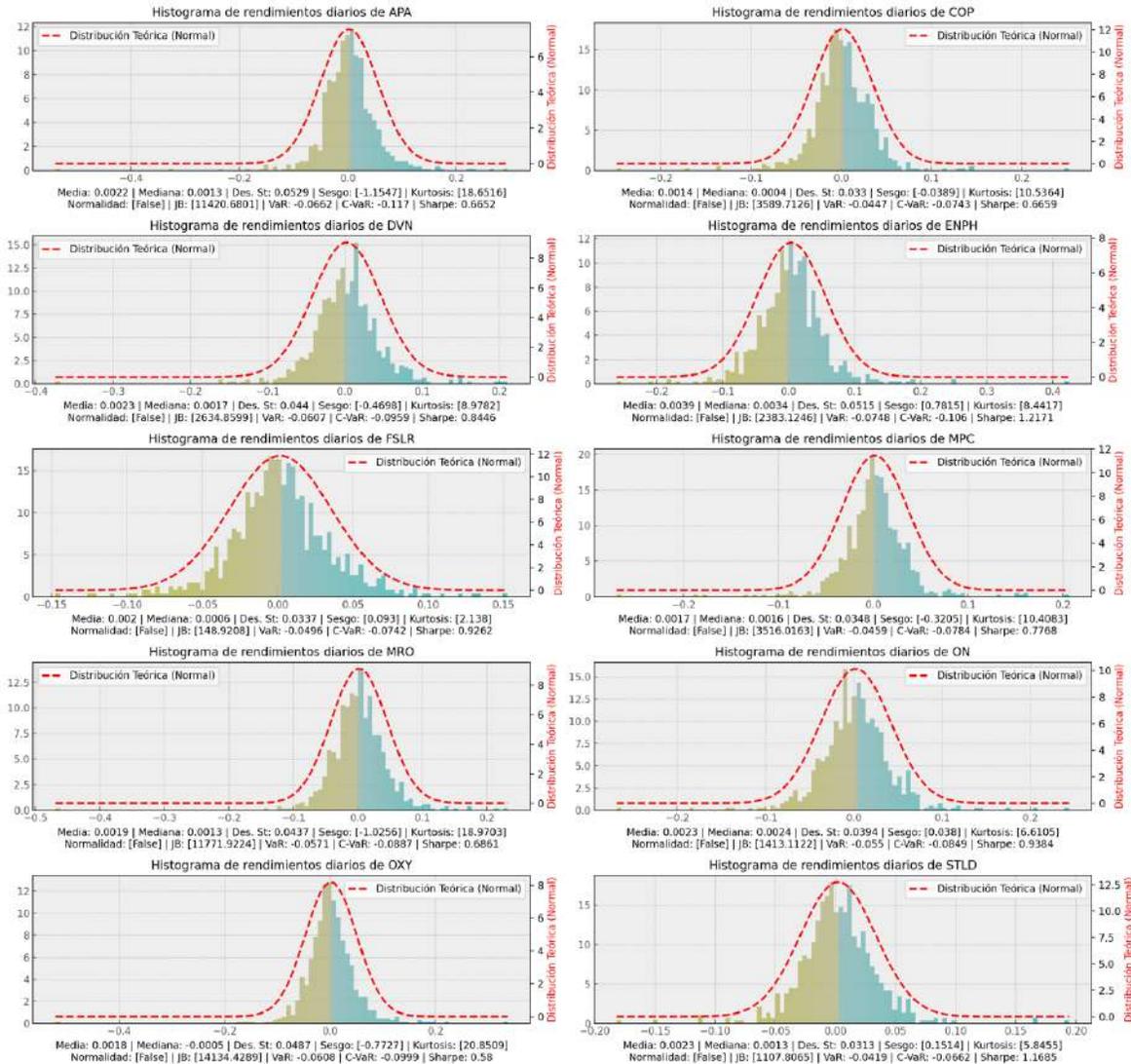


Figura 2. Histograma de rendimientos diarios de los diez mejores activos del S&P500: 2 de enero 2020 al 3 de febrero 2023

Fuente: Elaboración de los autores, Python.

Además, la Figura 2 muestra los resultados de las pruebas de normalidad de la distribución de rendimientos utilizando el test Jarque Bera. También se incluyen el Valor en Riesgo (VaR) y el VaR Condicional (C-VaR) de cada activo como medidas de las pérdidas esperadas, junto con el índice de Sharpe como indicador del riesgo-rendimiento inherente de

cada serie. Posteriormente, en la Tabla 4 se presentan los resultados de las pruebas de estacionariedad de cada serie de rendimientos.

Con los rendimientos, la regresión se construye de la siguiente manera: Sean los vectores de información x, y con el siguiente número de observaciones: $\{x_i, y_i\}_{i=1}^n$ donde x representa al vector explicativo y y a la variable endógena. En la regresión lineal, se plantea que la variable endógena es una función lineal de la variable exógena, ello con la siguiente ecuación:

$$\hat{y} = \hat{\alpha} + \hat{\beta}[X^T] + u \tag{1}$$

Donde $\hat{\alpha}$ representa la ordenada al origen o la variación de la variable endógena no explicada por la variable exógena. $\hat{\beta}$ es el vector de parámetros estimados por cada regresor para la regresión, y u es el vector de errores resultados del ajuste del modelo. Los resultados de las regresiones e información estadística relevante de cada activo medido en rendimientos por individual durante todo el período de estudio aparece en la tabla 3. Dado que la beta se calcula mediante una regresión lineal con solo una variable exógena, también podemos calcularla por la descripción de la ecuación de covarianzas. La tabla cuatro presenta la clasificación de los activos acorde al indicador beta.

Tabla 4. Clasificación de activos acorde a la beta

Beta	Tipo de activo	Descripción
$\beta = 1$	<i>Index tracker</i>	El activo replica/sigue la rentabilidad del <i>benchmark</i>
$\beta > 1$	<i>Outperformer</i>	El activo supera la rentabilidad del <i>benchmark</i>
$\beta < 1$	<i>Underperformer</i>	El activo no alcanza la rentabilidad del <i>benchmark</i>

Fuente: Elaboración de los autores.

Para garantizar la estabilidad y consistencia de los parámetros β de cada regresión, el CAPM plantea los siguientes supuestos:

1. La varianza de los errores homogénea para los intervalos de información.
2. Las variables exógenas son ortogonales a los residuos de la regresión: no existen formas de asociación o dependencia entre estos vectores.
3. Se asume que el comportamiento de los residuales es un ruido blanco, por lo cual no están correlacionados ni existen estructuras de memoria ni de dependencia residual.

En consideración de estos supuestos, la figura 3 expone el cálculo del alfa y de la beta de cada activo respecto al SP500 como *benchmark* en cada regresión. La línea recta representa el ajuste de la regresión entre las dos variables en adición al diagrama de dispersión naranja.

Notese que el resultado de la regresión contempla toda la información bursátil en rendimientos desde enero del 2020 hasta febrero del 2023, con lo que en esta primera aproximación, el estimador de beta resulta ser un parámetro estático de la sensibilidad “promedio” en ese lapso respectivo.

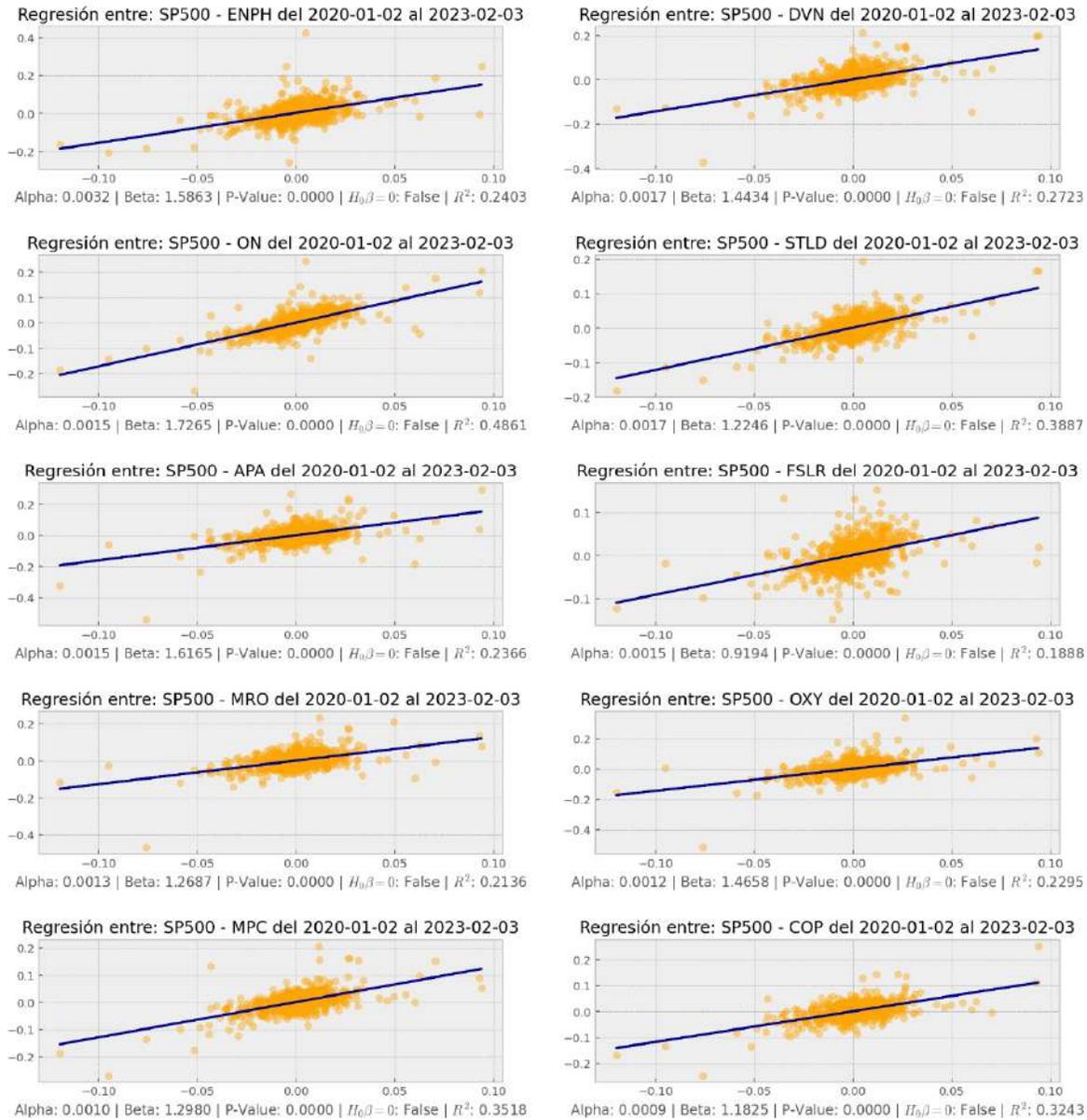


Figura 3. Regresión estática respecto al S&P500: 2 de enero 2020 – 3 de febrero 2023

Fuente: Elaboración de los autores, Python.

La volatilidad cambiante afecta la utilidad de la beta para estimar la rentabilidad potencial de los activos mediante las regresiones con las series en rendimientos, ya que el CAPM contempla a la beta como una medida de volatilidad o de sensibilidad de los rendimientos de un activo ante las fluctuaciones del riesgo sistemático del mercado condicionado a la información temporal de las variables. La representación de la medida de volatilidad cambiante es presentada con el apoyo de una beta dinámica a distintos plazos presentadas en la figura 4.

2023

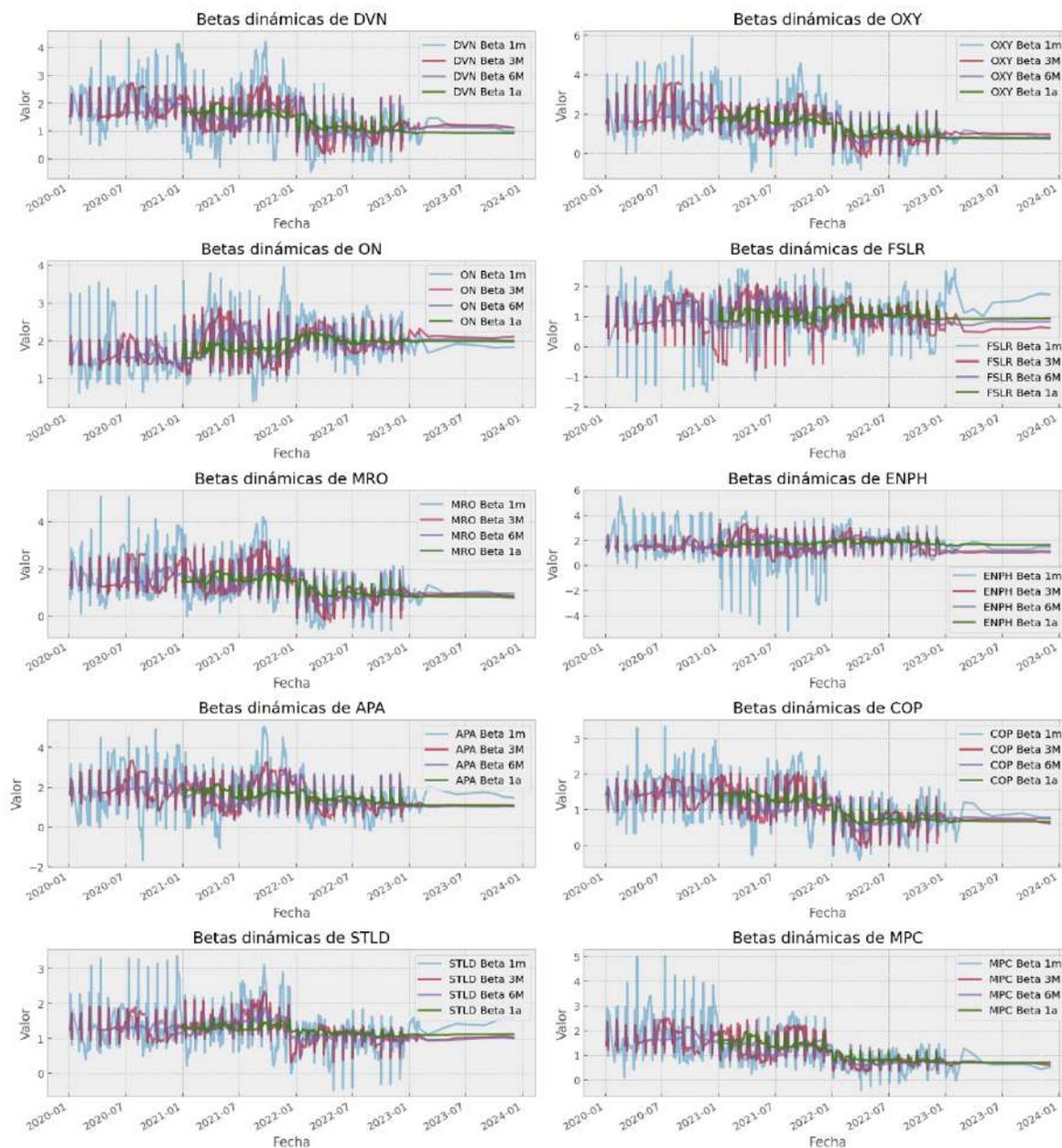


Figura 4. Betas dinámicas de cada activo respecto al S&P500: 2 de enero 2020 – 3 de febrero 2023
 Fuente: Elaboración de los autores, Python.

Claramente, para casos de poca información (betas calculadas para un mes y tres meses) y altas filtraciones de volatilidad, el comportamiento de la beta se asemeja más al de una variable aleatoria que al de una constante. En el siguiente apartado se presentan las estimaciones de las betas para cada activo y la partición temporal de las muestras que es posible plantear por los resultados de las pruebas de estacionariedad. En la tabla cinco se presentan las pruebas de estacionariedad a cada variable para analizar si los rendimientos exponen algún nivel de

memoria. Dado que la beta móvil de cada activo varía en todos los períodos de estudio debido a la ocurrencia de eventos extremos en el mercado, es necesario tener en cuenta esta variabilidad. Con estas consideraciones para procesos no estacionarios, como proponen Cantú, Mendoza y Arteaga (2024) se procede a realizar pruebas de estacionariedad en las series de rendimientos. Los resultados para cada activo estudiado se presentan en la tabla 5. La hipótesis nula de las pruebas ADF y Phillips Perron (PP) es que existe una raíz unitaria en la serie, lo que la hace no estacionaria. Por otro lado, la hipótesis nula de la prueba KPSS es que la serie es estacionaria.

Tabla 5. Pruebas de estacionariedad de cada variable en rendimientos

Serie en rendimientos	ADF test	PP test	KPSS test	Criterio del ADF test	Criterio del PP test	Criterio del KPSS test
DVN	0.010	0.010	0.100	Serie Estacionaria	Serie Estacionaria	Serie Estacionaria
OXY	0.010	0.010	0.100	Serie Estacionaria	Serie Estacionaria	Serie Estacionaria
ON	0.010	0.010	0.100	Serie Estacionaria	Serie Estacionaria	Serie Estacionaria
FSLR	0.010	0.010	0.100	Serie Estacionaria	Serie Estacionaria	Serie Estacionaria
MRO	0.010	0.010	0.100	Serie Estacionaria	Serie Estacionaria	Serie Estacionaria
ENPH	0.010	0.010	0.100	Serie Estacionaria	Serie Estacionaria	Serie Estacionaria
APA	0.010	0.010	0.100	Serie Estacionaria	Serie Estacionaria	Serie Estacionaria
COP	0.010	0.010	0.100	Serie Estacionaria	Serie Estacionaria	Serie Estacionaria
STLD	0.010	0.010	0.100	Serie Estacionaria	Serie Estacionaria	Serie Estacionaria
MPC	0.010	0.010	0.100	Serie Estacionaria	Serie Estacionaria	Serie Estacionaria
SP500	0.010	0.010	0.100	Serie Estacionaria	Serie Estacionaria	Serie Estacionaria

Fuente: Elaboración de los autores, R-Studio y Excel.

Los resultados estadísticos de la tabla 5 permiten plantear interrogantes sobre la estabilidad de la beta cuando se realizan cortes de información, ya sea de manera ordenada o aleatoria en muestras del mismo tamaño. Esto se lleva a cabo para verificar la estabilidad del parámetro, partiendo del supuesto de estacionariedad en los rendimientos y la estabilidad en su distribución y confianza como parámetro del CAPM. Basándonos en los resultados de estacionariedad, nuestra investigación propone el uso del *bootstrapping* para poner a prueba esta hipótesis. Este se emplea para realizar remuestreos cuando la distribución asintótica de algún experimento es desconocida, para este caso, el estudio de la distribución de la beta de cada serie.

La ruptura de información puede aplicarse dado que los supuestos de la teoría financiera y de mercados eficientes postulan que las series tienden a comportarse como procesos markovianos³ por la competencia y la información plena entre los agentes, por lo que las observaciones (para este caso, los rendimientos) tienden a comportarse como observaciones independientes estocásticamente y con comportamientos estacionarios. En teoría, esto permite que la estructura temporal de los datos pueda fragmentarse para obtener muestras aleatorias por los supuestos de estacionariedad en series de tiempo y por el teorema ergódico.

³ Se refiere a un fenómeno aleatorio que evoluciona en el tiempo y que no experimenta memoria, por lo cual la probabilidad condicional sobre el resultado del fenómeno en el presente, futuro y pasado del sistema son independientes entre ellas.

3.2 Discusión de resultados

Usualmente CAPM se emplea cuando las condiciones de mercado son estables, lo cual provoca que los rendimientos de los activos se distribuyan de manera uniforme. Sin embargo, cuando aparecen rendimientos extremos debidos a fuertes movimientos en el mercado, la distribución que asume CAPM deja de funcionar debido a las oscilaciones del riesgo sistemático, por lo que se recomienda el empleo de la distribución empírica de los rendimientos. A continuación, la metodología procede a romper con la estructura de serie de tiempo de cada variable en rendimientos, para implementar el *bootstrap* con el muestreo de las observaciones de las betas mediante números aleatorios para la generación de muestras de tamaño 20 para información mensual, 61 para información trimestral, 124 para información semestral y 252 para información anual. Estos números se justifican dado que son el número de observaciones promedio por intervalo de tiempo disponibles por el calendario bursátil. Considerando la posible presencia de memoria en los rendimientos de las series, y como sugieren Jiménez, Venegas y Ramírez (2022) proponemos contemplar la memoria de los rendimientos (a 1 y 3 días) para estimar la distribución de los parámetros. Con todo esto, emplear el *bootstrapping* resulta viable pues permite estimar intervalos de confianza para los parámetros de cada regresión, lo que ayuda a determinar si los resultados de la beta obtenida en cada regresión son razonables en términos de la media. A continuación, se presentan los resultados del remuestreo mediante 10,000 simulaciones en la Tabla 6.

Tabla 6. Percentiles de las simulaciones de beta con memoria a un día

Resultados de beta con memoria a un día de las 10,000 simulaciones										
Percentil	DVN	OXY	ON	FSLR	MRO	ENPH	APA	COP	STLD	MPC
1%	-0.7778	-0.4456	0.1669	-0.5229	-0.8706	-0.0692	-1.4021	-0.2117	0.0054	-0.5873
5%	0.1112	0.0068	0.7341	0.1020	-0.0888	0.3729	-0.0753	0.1590	0.3069	0.2977
95%	2.9764	3.2080	2.8312	2.0982	2.7919	3.0980	3.4364	2.2108	1.9289	2.4342
99	4.5385	6.9120	3.9590	2.6858	5.8867	3.8449	7.1701	2.8582	2.1794	2.9108

Fuente: Elaboración de los autores en R-Studio y Excel.

Con los resultados de las 10000 simulaciones con memoria de un día, los valores en los cuales puede estimarse la beta de cada activo están acotados a los infimos y máximos de los percentiles al 1% y 99%. La implementación de esta metodología, apoyados en los resultados de cada beta según el cuartil donde se esté analizando (1%, 95%, etc.), sirvieron durante la minería de datos debido a que los rendimientos de cada serie no se distribuían normalmente: los parámetros alrededor de la media se comportan diferente de los parametros extremos debido a que la ocurrencia de eventos de cola resultaba es más frecuente y probable de lo estimado. Más información al respecto aparece en las tablas 7,8 y 9.

Tabla 7. Percentiles de las simulaciones de beta con memoria de tres días

Resultados de beta con memoria de tres días de las 10,000 simulaciones										
Percentil	DVN	OXY	ON	FSLR	MRO	ENPH	APA	COP	STLD	MPC
1%	0.3088	0.0878	1.1687	-0.3051	-0.0103	0.4127	0.5908	0.0714	0.5983	0.4000
5%	0.4622	0.2354	1.3404	0.0915	0.1373	0.8063	0.6657	0.2216	0.8347	0.4725
95%	2.4979	2.8493	2.6014	1.7917	2.5756	2.8616	2.8122	1.8749	1.8646	2.1745
99%	2.6723	3.4339	2.7227	1.9268	2.9014	3.1607	3.0668	1.9518	2.1587	2.3971

Fuente: Elaboración de los autores en R-Studio y Excel.

Tabla 8. Estadísticos de las simulaciones de beta con memoria de un día

Estadísticos de la simulación de beta con memoria de 1 día de 10000 simulaciones										
	DVN	OXY	ON	FSLR	MRO	ENPH	APA	COP	STLD	MPC
Observaciones	10000	10000	10000	10000	10000	10000	10000	10000	10000	10000
Media	1.4238	1.4587	1.8132	1.0548	1.2811	1.6444	1.5639	1.0810	1.1765	1.2401
Desv. Est	0.9008	1.1357	0.6462	0.6388	1.0087	0.8358	1.3099	0.6209	0.4948	0.6824
Mínimo	-2.2426	-2.2096	-0.7044	-2.0532	-2.1134	-3.5053	-2.9377	-1.2737	-0.9204	-2.4635
25%	0.9058	0.8179	1.4731	0.6592	0.7208	1.0953	0.8057	0.6653	0.8537	0.7993
50%	1.3558	1.3183	1.8072	1.0632	1.1722	1.6292	1.4062	1.0436	1.1904	1.2054
75%	1.8747	1.8803	2.1631	1.4485	1.6888	2.1996	2.1748	1.4361	1.5133	1.6394
Máximo	5.9248	8.7491	5.3327	4.5810	7.6009	5.7967	9.1328	3.5846	4.0012	4.0704

Fuente: Elaboración de los autores en R-Studio, Python y Excel.

Tabla 9. Estadísticos de las simulaciones de beta con memoria de tres días

Estadísticos de la simulación de beta con memoria de 3 días de 10000 simulaciones										
	DVN	OXY	ON	FSLR	MRO	ENPH	APA	COP	STLD	MPC
Observaciones	10000	10000	10000	10000	10000	10000	10000	10000	10000	10000
Media	1.4238	1.4587	1.8132	1.0548	1.2811	1.6444	1.5639	1.0810	1.1765	1.2401
Desv. Est	0.9008	1.1357	0.6462	0.6388	1.0087	0.8358	1.3099	0.6209	0.4948	0.6824
Mínimo	-2.2426	-2.2096	-0.7044	-2.0532	-2.1134	-3.5053	-2.9377	-1.2737	-0.9204	-2.4635
25%	0.9058	0.8179	1.4731	0.6592	0.7208	1.0953	0.8057	0.6653	0.8537	0.7993
50%	1.3558	1.3183	1.8072	1.0632	1.1722	1.6292	1.4062	1.0436	1.1904	1.2054
75%	1.8747	1.8803	2.1631	1.4485	1.6888	2.1996	2.1748	1.4361	1.5133	1.6394
Máximo	5.9248	8.7491	5.3327	4.5810	7.6009	5.7967	9.1328	3.5846	4.0012	4.0704

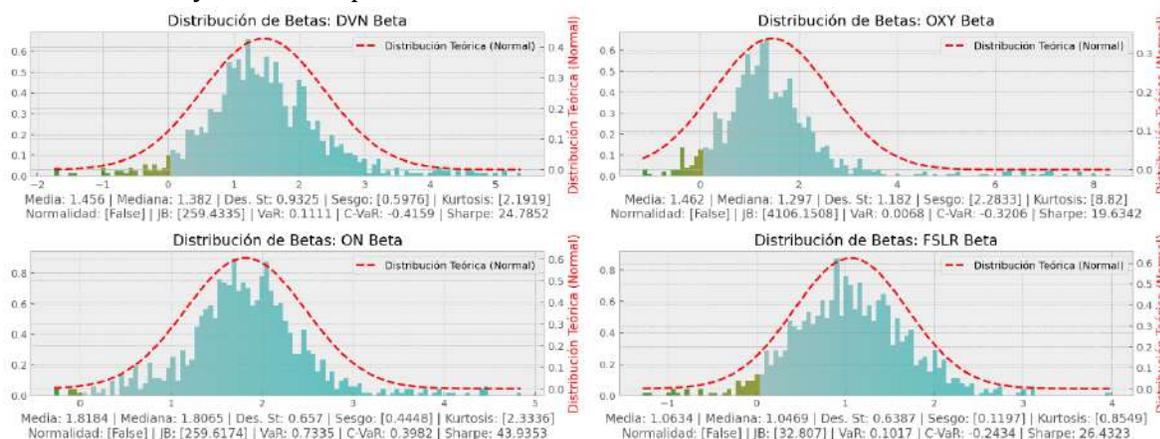
Fuente: Elaboración de los autores en R-Studio, Python y Excel.

Tabla 10. Resumen de la simulación de betas con memorias de un día y tres días

Activo	Betas estáticas	Betas promedio con memoria a 1 día	Betas promedio con memoria a 3 días
DVN	1.4434	1.4238	1.4238
OXY	1.4658	1.4587	1.4587
ON	1.7265	1.8132	1.8132
FSLR	0.9194	1.0548	1.0548
MRO	1.2687	1.2811	1.2811
ENPH	1.5863	1.6444	1.6444
APA	1.6165	1.5639	1.5639
COP	1.1825	1.0810	1.0810
STLD	1.2246	1.1765	1.1765
MPC	1.2980	1.2401	1.2401

Fuente: Elaboración de los autores en R-Studio, Python y Excel.

El hecho de que no haya mucha diferencia entre las betas de la regresión del intervalo estático con respecto al promedio de las betas por simulación es debido a que en las proporciones muestrales, estas tienden a coincidir con los parámetros de la población estudiada por la ley de los grandes números. Los resultados de la distribución de beta al contemplarla como una variable aleatoria y modelarla por *bootstrapping* aparecen en la figura cinco. La principal ventaja de calcular la beta mediante la regresión por cuantiles, es que permite tener mayor información de la sensibilidad del activo ante fuertes variaciones del mercado. Esto es debido a que las distribuciones de los rendimientos de cada serie no tienden a comportarse como normales: cuando se realiza la regresión estática con las 777 observaciones por variable, los parámetros de beta son muy similares al promedio del de las diez mil simulaciones. Sin embargo, cuando el mercado experimenta condiciones extremas (como los acontecimientos ocurridos por la pandemia del covid-19 o la guerra de Rusia y Ucrania), el valor medio de la beta no funciona muy bien como parámetro de sensibilidad.



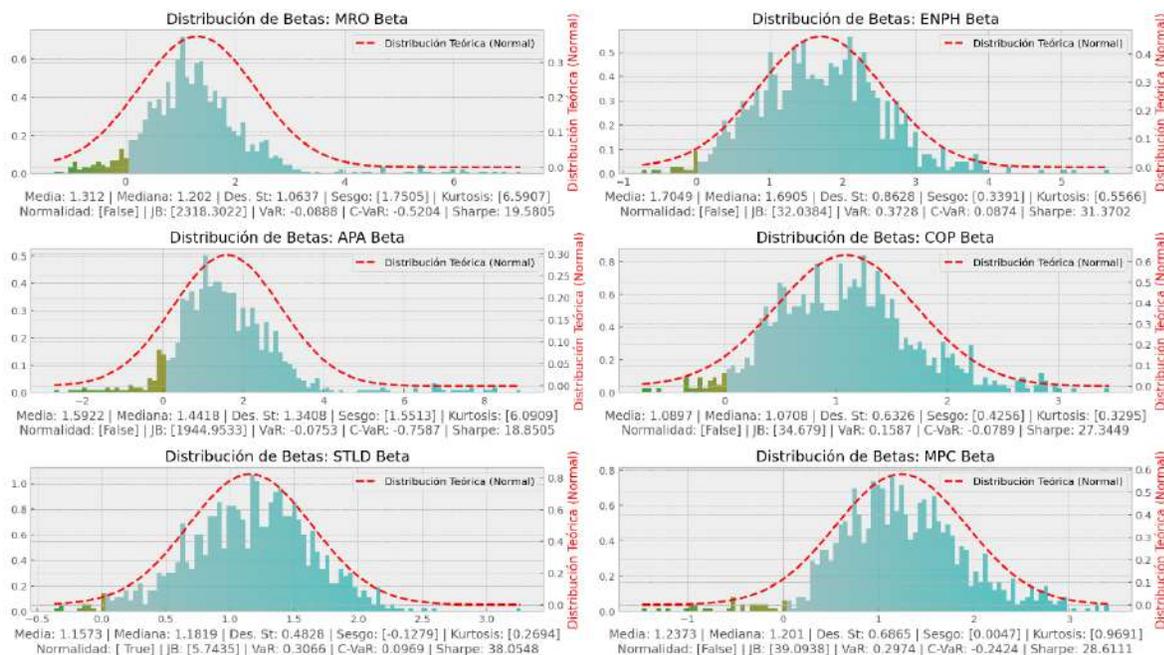


Figura 5. Histogramas de premio al riesgo por serie en diferentes percentiles mediante 10000 bootstrapping

Fuente: Elaboración de los autores, Python

Al calcular la beta por cuantiles, podemos analizar el rendimiento del activo que se encuentra por las condiciones del mercado y clasificarlo según el cuartil donde se encuentre y con ello, asignarle el parámetro de beta correspondiente al cuartil. Con base a esta correspondencia puede estimarse que tan sensible sea la rentabilidad del activo basados en la vecindad donde se encuentra la beta y la rentabilidad.

Tabla 11. Percentiles de las simulaciones de beta con memoria de cinco días

Resultados de beta con memoria a cinco días de las 10,000 simulaciones										
Percentil	DVN	OXY	ON	FSLR	MRO	ENPH	APA	COP	STLD	MPC
1%	0.3088	0.0878	1.1687	-0.3051	-0.0103	0.4127	0.5908	0.0714	0.5983	0.4000
5%	0.4622	0.2354	1.3404	0.0915	0.1373	0.8063	0.6657	0.2217	0.8347	0.4725
95%	2.4979	2.8493	2.6014	1.7917	2.5756	2.8616	2.8122	1.8749	1.8646	2.1745
99%	2.6723	3.4339	2.7227	1.9268	2.9014	3.1607	3.0668	1.9518	2.1587	2.3971

Fuente: Elaboración de los autores en R-Studio y Excel.

El empleo del *bootstrap* se justifica por lo siguiente: si los datos siguen una distribución normal, puede emplearse la regresión de mínimos cuadrados sin muchas limitaciones. Sin embargo, si cada serie de la regresión sigue su propia distribución empírica, esto no permite que se cumpla el teorema del límite central por lo que puede formarse cualquier tipo de distribución no normal. Esto implica que los parámetros no se comporten como normales. Ello puede causar muchos problemas en los resultados del modelado. Esto puede solucionarse con el empleo de una regresión cuantílica alrededor de los percentiles 0.25, 0.50 y 0.75, lo que provoca que se

tengan determinados parámetros de premio al riesgo según el punto donde se evalúe la regresión. Esto es debido a que la evidencia sugiere que los parámetros alrededor de la media se comportan diferente a los parámetros extremos.

La inestabilidad de la beta se explica en parte debido a que las distribuciones de las variables no son normales: la regresión por variable con todo el conjunto de información histórica arroja un resultado de beta parecido al de la media por *bootstrapping*. Sin embargo, cuando se presentan condiciones extremas en los mercados debido a fuertes movimientos generalizados, la beta deja de funcionar como estimador de sensibilidad.

Los resultados de este experimento demuestran que la beta por acción se comporta más como una variable aleatoria, y que no es ni determinista ni estable en el período de estudio analizado. Al considerar que el parámetro se comporta como una variable aleatoria, la investigación procede a analizar que tanto se alejan las betas como variable aleatoria entre sí. Los resultados demuestran que si se cambia el conjunto de datos, el valor de la beta cambia de manera significativa entre las muestras recolectadas por las simulaciones. Esto se debe a que la beta supone linealidad en un fenómeno que no lo es.

4. Conclusiones

En tiempos de incertidumbre en los mercados, es crucial para los agentes comprender cómo esta se traduce en riesgo y oportunidades de inversión, considerando la dualidad entre rendimientos esperados y pérdidas potenciales según el apetito por el riesgo. La evolución de esta relación a lo largo del tiempo puede tener repercusiones significativas en las asignaciones intertemporales de recursos en las carteras de inversión, dadas las expectativas respecto al rendimiento esperado de un activo en comparación con la rentabilidad de un *benchmark*.

Los resultados estadísticos de nuestra investigación reflejan información lo suficientemente cuestionable como para poner en duda el enfoque estático con el que comúnmente se aplican las teorías del CAPM. Se deduce que los problemas empíricos del modelo se derivan de fallas teóricas y de la conjunción de múltiples supuestos simplificadores, así como de dificultades en la implementación de pruebas que validen la estabilidad del modelo, como los principios de estacionariedad de series de tiempo y la suposición de que todos los agentes seleccionarán la misma combinación de activos debido a la información plena y la competencia perfecta.

En cuanto a la inestabilidad de la beta, nuestra investigación muestra que, si los datos siguen una distribución normal, es posible emplear la regresión de mínimos cuadrados para estimar la beta sin mayores limitaciones. Sin embargo, si cada serie de la regresión sigue su propia distribución, esto puede afectar la validez del modelo. Nuestro estudio ofrece evidencia de que esta problemática puede abordarse mediante el uso de una regresión cuantílica en torno a los percentiles 0.25, 0.50, 0.75 y 0.99, mediante el *bootstrapping* con memoria. Esto permite que se determinen parámetros de premio al riesgo según el punto donde se evalúe la regresión, reconociendo las diferencias en el comportamiento de los parámetros en la media y en los extremos.

Nuestro trabajo también subraya la necesidad de proponer metodologías alternativas que aborden las limitaciones estructurales del modelo CAPM y sean capaces de capturar las imperfecciones del mercado financiero, como las regresiones dinámicas o las regresiones por cuantiles. Además, es importante definir claramente el horizonte temporal de inversión para el estudio de las rentabilidades esperadas y las sensibilidades de los activos, considerando que los resultados pueden variar significativamente según el período de análisis. En resumen, ofrecemos evidencia empírica sobre la inestabilidad de la beta en el modelo CAPM y destacamos la necesidad de reconsiderar su aplicación estática en entornos dinámicos y complejos del mercado financiero. Si bien el CAPM sigue siendo un modelo útil en ciertos contextos, es fundamental reconocer sus limitaciones y explorar enfoques alternativos que puedan ofrecer una mejor comprensión de las relaciones riesgo-rendimiento en los mercados financieros modernos.

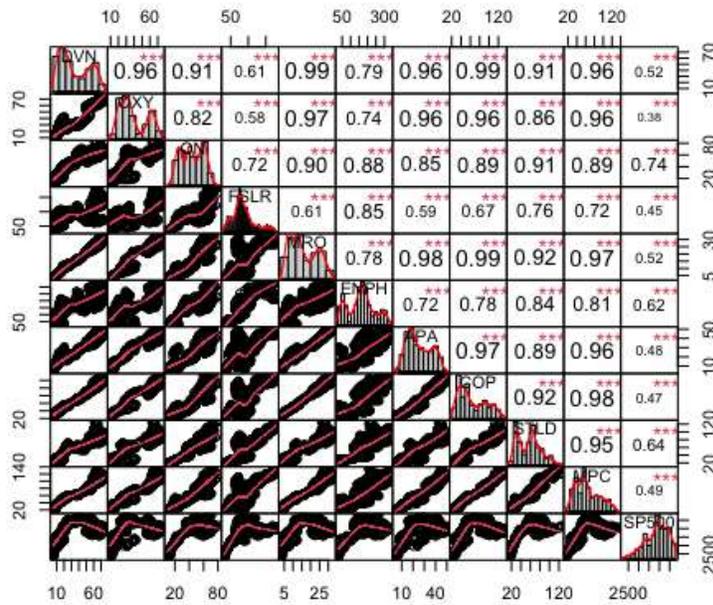
Referencias

- [1] Baker, M., Bradley, B. y Wurgler, J. (2011). Benchmarks as Limits to Arbitrage: Understanding the Low-Volatility Anomaly. *Financial Analysts Journal*, 67, 40-54. <https://pages.stern.nyu.edu/~jwurgler/papers/faj-benchmarks.pdf>
- [2] Bali, Turan G., Demirtas, K. Ozgur y Levy, Haim (2009). Is there an intertemporal Relation between Downside Risk and Expected Returns? *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, pp: 883- 909. <http://www.jstor.org/stable/40505974>
- [3] Black, F., M. Jensen y M. Scholes (1972). "The Capital Asset Pricing Model: Some Empirical Tests," *Studies in the Theory of Capital Markets* Praeger, New York, NY, 79--121. https://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=908569
- [4] Black, F. y Scholes, M. (1973). The pricing of options and corporate liabilities. *Journal of Political Economy*. 81, 637-654. <http://www.jstor.org/stable/1831029>
- [5] Cantú Esquivel, J. A., Mendoza Rivera, R. J., y Arteaga Nagashiro, Y. V. (2024). Sincronización de fase y Análisis de Componentes Principales para la construcción del ciclo económico de México. *Revista Latinoamericana de Investigación Social*, 6(1), 22-45. <https://revistasinvestigacion.lasalle.mx/index.php/relais/article/view/4062/3663>
- [6] Carrasco Pereda, C. (2018). Apostando en contra de beta en el mercado de acciones de México [Tesis de maestría]. Instituto Tecnológico Autónomo de México. México.
- [7] Climent Hernández, J. A., Sánchez Arzate, G., y Ortiz Ramírez, A. (2021). Portafolios α -estables del G20: Evidencia empírica con Markowitz, Tobin y CAPM. *Revista Mexicana de Economía Y Finanzas Nueva Época REMEF*, 16(4), 533. <https://doi.org/10.21919/remef.v16i4.533>
- [8] Cox, J. y Ross S. A. (1976). The Valuation of Options for Alternative Stochastic Processes. *Journal of Financial Economics*, Vol. 3, No. 2, pp. 145-166. <https://doi.org/10.1016/j.jfineco.2010.03.017>
- [9] Fama, E. F. y French, K. R. (1993). Common risk factors in the returns on stocks and bonds. *Journal of Financial Economics* 33: 3. [https://doi.org/10.1016/0304-405X\(93\)90023-5](https://doi.org/10.1016/0304-405X(93)90023-5)
- [10] Fama, E.F. y French, K.R. (1992). The Cross-Section of Expected Stock Returns. *Journal of Finance*, 47, 427-465. <http://dx.doi.org/10.1111/j.1540-6261.1992.tb04398.x>
- [11] French, K.R., Schwert, G. y Stambaugh, R.F. (1987) Expected Stock Returns and Volatility. *Journal of Financial Economics*, 19, 3-29. [https://doi.org/10.1016/0304-405X\(87\)90026-2](https://doi.org/10.1016/0304-405X(87)90026-2)
- [12] Friend, I. y Blume, M. (1970). Measurement of portfolio performance under uncertainty. *The American Economic Review*, 60(4), 607-636. <http://www.jstor.org/stable/1818402>

- [13] Guo, H. y Whitelaw, R. F. (2006). Uncovering the Risk-Return Relation in the Stock Market. *The Journal of Finance*, 61(3), 1433–1463. <http://www.jstor.org/stable/3699328>
- [14] Jiménez-Preciado, A. L., Venegas-Martínez, F., & Ramírez-García, A. (2022). Stock Portfolio Optimization with Competitive Advantages (MOAT): A Machine Learning Approach. *Mathematics*, 10(23), 4449. <https://doi.org/10.3390/math10234449>
- [15] Lakonishok, J. y Shapiro, A. (1984) Stock Returns, Beta, Variance and Size: An Empirical Analysis. *Financial Analysts Journal*, 40, 36-41. <https://doi.org/10.2469/faj.v40.n4.36>
- [16] Lintner, J. (1965). Security prices, risk, and maximal gains from diversification. *Journal of Finance*, 20(4), 687-615. <https://doi.org/10.1111/j.1540-6261.1965.tb02930.x>
- [17] Reinganum, M. (1981). A Misspecification of Capital Asset Pricing: Empirical Anomalies Based on Earnings Yields and Market Values. *Journal of Financial Economics*, 9, 19-46. [https://doi.org/10.1016/0304-405X\(81\)90019-2](https://doi.org/10.1016/0304-405X(81)90019-2)
- [18] Roll, R. (1977). A critique of the asset pricing theory's tests Part I: On past and potential testability of the theory. *Journal of Financial Economics*, 4(2), 129–176. [https://doi.org/10.1016/0304-405x\(77\)90009-5](https://doi.org/10.1016/0304-405x(77)90009-5)
- [19] Rossignolo, A. y Álvarez, V. (2015). Has the Basel Committee Got It Right? Evidence From Commodity Position In Turmoil, *Revista Mexicana de Economía y Finanzas*, 10 (1), pp. 1-38. <https://doi.org/10.21919/remef.v10i1.64>
- [20] Sharpe, W. F. (1964). Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium under Conditions of Risk. *Journal of Finance*, 19(3), 425-442. <https://doi.org/10.1111/j.1540-6261.1964.tb02865.x>
- [21] Stambaugh, R. (1982). "On The Exclusion of Assets from Tests of the Two-Parameter Model: A Sensitivity Analysis." *Journal of Financial Economics* 10 (3): 237-268. [https://doi.org/10.1016/0304-405X\(82\)90002-2](https://doi.org/10.1016/0304-405X(82)90002-2)
- [22] Trejo B. y Gallegos A. (2021). Estimación del Riesgo de Mercado utilizando el VaR y la Beta del CAPM. *Revista Mexicana de Economía y Finanzas*. Volumen 16, Número 2, Abril - Junio 2021, pp. 1-26, e589. <https://doi.org/10.21919/remef.v16i2.589>
- [23] Venegas Martínez, F. (2008). *Riesgos financieros y económicos: productos derivados y decisiones económicas bajo incertidumbre*, Cengage Learning Latin America. Segunda edición. ISBN: 978-607-481-369-2.
- [24] Whitelaw, R. F. (2000). Stock Market Risk and Return: An Equilibrium Approach. *The Review of Financial Studies*, 13(3), 521–547. <http://www.jstor.org/stable/2645995>
- [25] Whitelaw, R. F. (2006). Uncovering the Risk–Return Relation in the Stock Market. *The Journal of Finance*. Vol 61, Issue 3. <https://doi.org/10.1111/j.1540-6261.2006.00877.x>

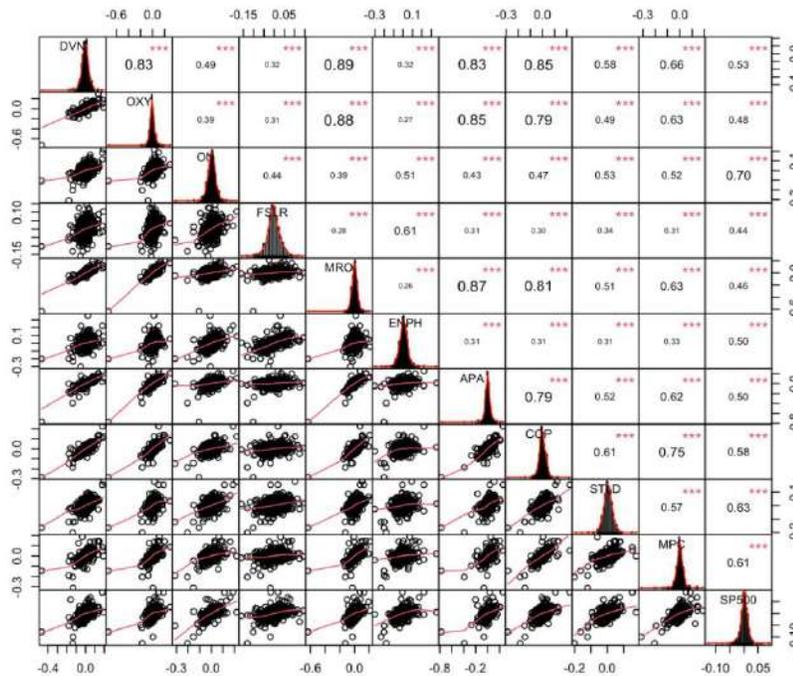
Anexos

Correlación de los diez activos analizados en escala original



Fuente: Elaboración de los autores, R-Studio.

Correlación entre rendimientos de los diez activos analizados



Fuente: Elaboración de los autores, R-Studio.