

## Análisis comparativo de metodologías para la cuantificación de provisiones técnicas en entidades aseguradoras. Adaptación a Solvencia II

Jessica Paule-Vianez<sup>1</sup>

Universidad Rey Juan Carlos, España

Jose Luis Coca-Pérez

Universidad de Extremadura, España

Manuel Granado-Sánchez

Universidad de Extremadura, España

### Resumen

La entrada en vigor de Solvencia II ha supuesto un gran proceso de adaptación para las compañías aseguradoras. Uno de los aspectos en los que incide Solvencia II es en la cuantificación de riesgos, y dentro de esta en la estimación de las provisiones técnicas a constituir. El objetivo de este trabajo es estudiar la estimación de las provisiones técnicas en seguros no vida a través de metodología estocástica. Comparamos tres de los métodos más populares para la estimación de los pagos por siniestros ocurridos pero no notificados, siendo estos la Distribución Libre de Mack, el Modelo Lineal Generalizado asumiendo una distribución Poisson con Sobredispersión junto con la función de enlace logarítmica, y el método Bootstrap con Simulación. Los resultados muestran que el método Bootstrap con Simulación es el método más apropiado, siendo el percentil 50 la medida más adecuada ante la existencia de valores negativos o excesivamente elevados, hecho habitual en este contexto.

*Clasificación JEL: G22, G32, C10*

*Palabras claves: Solvencia II, Provisiones Técnicas, Distribución Libre de Mack, Modelo Lineal Generalizado, Bootstrap*

## Comparative analysis of methodologies for the quantification of technical provisions in insurance entities. Adaptation to Solvency II

### Abstract

The entry into force of Solvency II has involved a great process of adaptation for insurance companies. One of the aspects affected by Solvency II is in the quantification of risks, and within this in the estimation of the technical provisions to be constituted. The objective of this work is to study the estimation of technical provisions in non-life insurance through stochastic methodology. We compare three of the most popular methods for estimating payments for claims that occurred but not reported, these being the Free Distribution-free of Mack, the Generalized Linear Model assuming a Poisson distribution with Overdispersion along with the logarithmic link function, and the Bootstrap method with simulation. The results show that the Bootstrap method with Simulation is the most appropriate method, with the 50th percentile being the most appropriate measure in the presence of negative or excessively high values, which is common in this context.

<sup>1</sup>Correspondencia: Jessica Paule-Vianez. Dirección: Paseo de los Artilleros s/n, Madrid, C.P. 28032, España. Teléfono: +34 914 88 78 00. Correo electrónico: [jessica.paule@urjc.es](mailto:jessica.paule@urjc.es).  
Sin fuente de financiamiento para el desarrollo de la investigación

**Abstract**

*JEL Classification: G22, G32, C10*

*Keywords: Solvency II, Technical Provisions, Claims Reserving, Distribution-free of Mack, Generalized Linear Model, Bootstrap*

## 1. Introducción

La adaptación de las empresas aseguradoras a la Directiva Europea Solvencia II, se ha convertido en uno de los objetivos fundamentales para estas. Existen diversos cambios introducidos por esta normativa, siendo su fin “eliminar las diferencias más importantes entre las legislaciones de los Estados miembros en lo que respecta a la regulación de las empresas de seguros y reaseguros, [...], haciendo así más fácil para las empresas de seguros y de reaseguros, [...], la cobertura de los riesgos y los compromisos localizados en ellas” (Solvencia II).

Existen diversos tipos de riesgos que afectan a la actividad aseguradora, siendo el riesgo de reserva en el que se centra este trabajo, concretamente en el cálculo de las provisiones técnicas. En Solvencia II este cálculo trata de armonizarse para lograr una mayor comparabilidad y transparencia a nivel europeo. Las provisiones técnicas pueden definirse cómo el “importe que una empresa de seguros o reaseguros tendría que pagar si transfiriera de manera inmediata todas sus obligaciones subyacentes de seguro y reaseguro a otra entidad” (Solvencia II), además, estas deberán “reflejar las características de la cartera de seguros subyacente” (Solvencia II). Existe una clara diferenciación entre la cuantificación de las provisiones técnicas en seguros de vida de los que no lo son, centrándose este estudio en el cálculo de las provisiones técnicas en seguros no vida.

Solvencia II establece para el cálculo de las provisiones técnicas que estas deberán ser “igual a la suma de la mejor estimación y de un margen de riesgo”, siendo la mejor estimación igual a la “media de los flujos de caja futuros ponderada por su probabilidad, teniendo en cuenta el valor del dinero”. En este estudio se analizarán diversos métodos de cuantificación de provisiones sin tener en cuenta el margen de riesgo y sin actualizar los flujos de caja futuros.

Para cuantificar las provisiones técnicas en seguros no vida, se pueden clasificar los diferentes métodos en deterministas y estocásticos, en función de si tiene en cuenta o no la posible variabilidad de la estimación de las provisiones. Los métodos en los que nos centraremos serán los métodos estocásticos. Entre los métodos estocásticos más utilizados, se encuentran la Distribución Libre de Mack (Mack, 1993), los Modelos Lineales Generalizados (McCullagh y Nelder, 1989) y el modelo Bootstrap con Simulación (England, 2002). Todos estos métodos tienen su base en el método determinista Chain Ladder, siendo posiblemente el método más popular para el cálculo de las provisiones técnicas (Mack, 1994) con anterioridad a Solvencia II y el cual trabaja sobre el triángulo de desarrollo de Taylor y Ashe (1983).

La Distribución Libre de Mack (Mack, 1993) es un modelo no paramétrico en donde no se hace ninguna suposición sobre la distribución de los pagos por siniestros, en esencia, esta técnica calcula la volatilidad del estimador de las provisiones técnicas (Slim y Mansouri, 2015) a través del error cuadrático medio de las estimaciones obtenidas con el método Chain Ladder, por tanto, puede decirse que el modelo propuesto por Mack supone una generalización estocástica del clásico Chain Ladder (Boj et al., 2014).

El Modelo Lineal Generalizado (McCullagh y Nelder, 1989), al igual que el modelo propuesto por Mack, generaliza el método Chain Ladder desde un punto de vista estocástico, coincidiendo los resultados obtenidos con el Modelo Lineal Generalizado suponiendo una distribución Poisson con Sobredispersión junto con la función de enlace logarítmica con las estimaciones del método Chain Ladder (Boj et al., 2014; Boj y Costa,

2017).

El modelo Bootstrap con Simulación (England, 2002) tiene su origen en el modelo propuesto por England y Verrall (1999), dichos modelos se basan en el remuestreo para obtener el error de predicción, siendo la principal aportación realizada por England (2002) la obtención de la distribución de la reserva utilizando la distribución entera. A diferencia de la propuesta de England y Verrall (1999), England (2002) pretende generar la distribución de la reserva estimada utilizando la distribución entera frente a la estimación únicamente de los dos primeros momentos que realizan England y Verrall (1999).

Por tanto, analizamos los tres métodos expuestos para determinar cuál es el que mejor se ajusta para el cálculo de provisiones técnicas. Si bien existen multitud de métodos aplicados a la cuantificación de provisiones técnicas en compañías aseguradoras, pocos son los trabajos que han comparado varios de ellos para analizar su adaptación a las necesidades de estas compañías. Para ello, se trabaja sobre un registro de pagos por siniestros de una aseguradora entre el año 2003 y 2011. Para realizar dicho estudio, utilizamos el programa estadístico R, basándonos en Carrato et al. (2015).

A partir de aquí el trabajo se estructura:

En la Sección 2 se exponen las bases de los métodos estocásticos propuestos para el cálculo de provisiones técnicas. En la Sección 3 estudiamos las previsiones de pagos por siniestros ocurridos pero no notificados junto a su error de estimación para cada uno de los métodos propuestos. En la Sección 4 analizamos los resultados obtenidos por cada método. Y, por último, en la Sección 5 explicamos las conclusiones obtenidas con el estudio.

## 2. 2. Métodos estocásticos para el cálculo de provisiones técnicas

En este apartado explicaremos los métodos anteriormente comentados.

### 2.1. La Distribución Libre de Mack

Mack (1993) fue el primero en introducir un modelo estocástico sobre el método Chain Ladder para obtener el error estándar de dicho método (Wüthric, 2008). Este método obtiene la desviación típica de las previsiones de pagos por siniestros futuros con el método Chain Ladder obteniendo el error cuadrático medio (Paule-Vianez et al., 2019). No obstante, la distribución de los datos subyacentes no se especifica por completo, sólo obtiene los dos primeros momentos lo que dificulta la obtención de intervalos de confianza (England, 2002).

Para aplicar el método propuesto por Mack (1993), en primer lugar se aplica el método Chain Ladder para obtener las estimaciones de pagos por siniestros ocurridos pero no notificados.

Se comienza obteniendo los factores de desarrollo con los datos acumulados dispuestos sobre el Triángulo de Desarrollo de Taylor y Ashe (1983).

$$R_j = \sum_{t=j}^{I-j} D_{t, j+1} \sum_{t=j}^{I-j} D_{t,j}, \quad (1)$$

siendo  $D_{t,j}$  los pagos acumulados por siniestros ocurridos en el año  $t$  y en el año de desarrollo  $j$ , siendo el total número de años  $I$ .

En este momento se obtienen los factores de proyección.

$$F_k = \prod_{k=j}^{I-j} R_j. \quad (2)$$

Con estos factores de proyección se realizan las estimaciones de pagos por siniestros previstos por cada año de ocurrencia.

$$\hat{D}_{i,n} = D_{i, g} \cdot F_g, \quad (3)$$

siendo  $\hat{D}_{i,n}$  las estimaciones de pagos por siniestros acumulados ocurridos en el año  $i$  y  $g$  el último año de desarrollo del que tenemos pagos por siniestros actualmente.

Por tanto las estimaciones de pagos por siniestros ocurridos pero no notificados serán:

$$P_i = \hat{D}_{i, n} - D_{i, g}. \quad (4)$$

Para obtener las estimaciones totales de pagos por siniestros ocurridos pero no notificados se suman los  $P_i$ .

La Distribución Libre de Mack incorpora la obtención del error del método Chain Ladder, para ello se obtiene en primer lugar, la varianza de cada año de desarrollo de la siguiente forma:

$$\hat{\sigma}_j^2 = (1n - j - 1) \cdot \sum_{i=1}^{n-j} D_{i, j} ((D_{i, j+1} D_{i, j}) - R_j)^2. \quad (5)$$

Sin embargo, no permite esta fórmula obtener la varianza para el último año de desarrollo, existiendo dos alternativas para la obtención de dicha varianza:

La Regresión Loglineal:

$$\hat{\sigma}_{n-1}^2 = e^{\hat{\alpha} + \hat{\beta} \cdot j}. \quad (6)$$

La propuesta realizada por Mack:

$$\hat{\sigma}_{n-1}^2 = \min [(\hat{\sigma}_{n-2}^2 \hat{\sigma}_{n-3}^2); \min \{\hat{\sigma}_{n-2}^2; \hat{\sigma}_{n-3}^2\}]. \quad (7)$$

Ya obtenidas las varianzas para cada año de desarrollo, se procede a obtener el error cuadrático medio de los pagos por siniestros ocurridos pero no notificados por cada año de ocurrencia.

$$\widehat{MSE}(\hat{P}_i) = \hat{D}_{i, n}^2 \sum_{k=n+1-i}^{n-1} (\hat{\sigma}_k^2 R_k^2) \cdot \left( (1 \hat{D}_{i, k}) + \left( 1 \sum_{j=1}^{n-k} D_{j, k} \right) \right). \quad (8)$$

Por tanto, la desviación típica para cada año de ocurrencia es:

$$se(\hat{P}_i) = \sqrt{\widehat{MSE}(\hat{P}_i)}. \quad (9)$$

Para obtener el riesgo total de los pagos por siniestros ocurridos pero no notificados:

$$\widehat{MSE}(\hat{P}) = \sum_{i=2}^n \left( \widehat{MSE}(P_i) + \hat{D}_{i, n} \cdot \left( \sum_{j=i+1}^n \hat{D}_{j, n} \right) \cdot \sum_{k=n-i+1}^{n-1} \left( (2 \hat{\sigma}_k^2 \hat{f}_k^2) \sum_{q=1}^{n-k} D_{q, k} \right) \right), \quad (10)$$

$$se(\hat{P}) = \sqrt{\widehat{MSE}(\hat{P})}. \quad (11)$$

De este modo se obtiene el error de predicción derivado de las estimaciones realizadas con el método Chain Ladder.

## 2.2. El Modelo Lineal Generalizado

El Modelo Lineal Generalizado tiene como caso particular el método determinista Chain Ladder incluyendo la posibilidad de obtener el error de predicción, objetivo primordial en Solvencia II (Boj et al., 2014). Este modelo permite elegir la distribución del error y la función de enlace del modelo, siendo la distribución y función que aporta las mismas estimaciones que el Chain Ladder la distribución Poisson con Sobredispersión junto con la función de enlace logarítmica (Boj et al., 2014, Boj y Costa, 2017).

Los modelos lineales generalizados son una alternativa a las transformaciones en la variable dependiente, motivadas por la falta de linealidad y de homogeneidad en la varianza, una consecuencia del comportamiento no normal de la variable dependiente (Albarrán y Alonso, 2010).

El Modelo Lineal Generalizado asumiendo una distribución Poisson con Sobredispersión con función de enlace logarítmica, debe aplicarse sobre los pagos por siniestros no acumulados, siendo los valores para la distribución (Renshaw y Verrall, 1998):

$$E[C_{ij}] = \mu_{ij}, \quad (12)$$

$$Var[C_{ij}] = \phi E[C_{ij}] = \phi \mu_{ij}, \quad (13)$$

siendo  $C_{ij}$  los pagos por siniestros incrementales,  $\phi$  un parámetro escalar desconocido como parte del procedimiento de ajuste y  $\mu_{ij}$  la media de pagos por siniestros.

Y combinado con la función de enlace logarítmica:

$$\log \mu_{ij} = \eta_{ij}. \quad (14)$$

Siendo el modelo predictor:

$$\eta_{ij} = c + \alpha_i + \beta_j, \quad (15)$$

$$\alpha_0 = \beta_0 = 0. \quad (16)$$

Y asumiendo que:

$$\sum_{i=0}^{n-j} C_{ij} \geq 0, \quad (17)$$

siendo  $\alpha_i$  el factor correspondiente a los años de ocurrencia y  $\beta_j$  el factor correspondiente a los años de desarrollo.

De modo que se obtienen las estimaciones de las cuantías por pagos futuros a partir de:

$$\hat{C}_{ij} = \exp(c + \alpha_i + \beta_j). \quad (18)$$

## 2.3. El método Bootstrap con Simulación

La metodología Bootstrap fue introducida por Efron (1979) e introducida en la estimación de las provisiones técnicas por Lowe (1994).

La técnica Bootstrap proporciona estimaciones del error estadístico, imponiendo escasas restricciones sobre las variables aleatorias analizadas y estableciéndose como un procedimiento de carácter general, independientemente del estadístico considerado (Solanas y Sierra 1992, p.143). En base a esto nos hemos decantado por esta metodología en vez de por otros métodos estocásticos, porque entre otros aspectos, permite obtener las provisiones cuando existen reservas negativas, muy común (Paule-Vianez et al., 2018).

England y Verrall (1999) proponen un método de estimación de provisiones técnicas con Bootstrap como una forma fácil de obtener el riesgo de reserva, el cual, utiliza los factores de desarrollo del método Chain

Ladder. Este modelo se basa en la utilización de la distribución Poisson con Sobredispersión para la obtención de la estimación de reservas y su varianza utilizando los residuales de Pearson remuestreados para obtener el error de predicción.

England (2002) introduce cambios sobre la propuesta de England y Verrall (1999) frente a los dos primeros momentos, introduciendo un modelo dividido en dos etapas: Bootstrapping para obtener el error de estimación y Simulación para obtener el error de proceso, lo que nos permite obtener en cada muestreo la distribución de predicción en lugar de sólo los dos primeros momentos.

Comenzando por la obtención del error de estimación, se obtienen los factores de desarrollo  $R_j$  del método Chain Ladder, al igual que en el método Mack, y utiliza dichos factores para modificar el triángulo original aplicando los factores de forma retrospectiva.

$$M_{i, j-1} = M_{i, j}R_{j-1}, \quad (19)$$

siendo  $M_{i, j}$  los pagos por siniestros acumulados del nuevo triángulo y  $M_{I, n} = D_{I, n}$ .

Este nuevo triángulo, denominado triángulo ajustado acumulado, se desacumula para obtener el triángulo ajustado incremental (England y Verrall, 1999).

$$m_{i, j} = M_{i, j} - M_{i, j-1}, \quad (20)$$

siendo  $M_{i, 1} = m_{i, 1}$ . De este modo, con el triángulo ajustado incremental obtenemos los pagos por siniestros estimados siguiendo los factores de desarrollo para cada año de desarrollo correspondientes a los distintos años de ocurrencia.

Con el triángulo ajustado incremental se procede a obtener los residuales de Pearson comparando el pago real con el estimado según los factores de desarrollo.

$$rp_{i, j} = (C_{i,j} - m_{i,j})\sqrt{m_{i, j}}. \quad (21)$$

En este momento se obtienen los factores de escala de Pearson.

$$\phi p = \sum rp^2(n - p), \quad (22)$$

donde:

$$n = (t \cdot (t + 1)2), \quad (23)$$

$$p = 2t - 1, \quad (24)$$

siendo t el número de años estudiados.

El primer cambio introducido por England (2002) fue un ajuste sobre los residuales de Pearson anteriormente obtenidos.

$$rpl_{i, j} = rp_{i, j} \cdot \sqrt{n(n - p)}. \quad (25)$$

A partir de aquí se inicia un bucle iterativo que se repetirá N veces. Se remuestran los residuales de Pearson ajustados con los que se obtiene un nuevo triángulo, obteniendo los  $\check{C}_{i, j}$  utilizando la fórmula de los residuales pero despejando esta incógnita.

$$\check{C}_{i, j} = r\check{p}_{i, j}\sqrt{m_{i, j}} + m_{i, j}. \quad (26)$$

Este nuevo triángulo se acumula:

$$\check{D}_{i, j} = \check{C}_{i, j} + \check{D}_{i, j-1}, \quad (27)$$

siendo  $\check{D}_{i, 1} = \check{C}_{i, 1}$ .

Una vez obtenido el nuevo triángulo acumulado se procede a estimar los pagos por siniestros futuros aplicando el Chain Ladder y posteriormente se desacumulan los pagos por siniestros estimados, utilizando dichos valores en la siguiente etapa  $\check{m}_{i, j}$  (Albarrán y Alonso, 2010).

Para la obtención del error de proceso se procede en este momento a la fase de simulación en la que se simula un proceso Poisson Sobredisperso de forma que se generan datos que siguen esta distribución en cada una de las celdas con media y varianza:

$$E(C_{i, j}) = \check{m}_{i, j}, \quad (28)$$

$$Var(C_{i, j}) = \phi p \cdot \check{m}_{i, j}, \quad (29)$$

siendo el parámetro  $\lambda$  del modelo Poisson:

$$\lambda = \check{m}_{i, j} \phi p. \quad (30)$$

Los valores obtenidos en este proceso serían los valores obtenidos para los pagos por siniestros de cada muestra.

Una vez conocido el error de estimación y el error de proceso, se obtiene el error de predicción con la siguiente fórmula:

$$PE(R) = \sqrt{\phi p \cdot R + (n(n-p)) \cdot (SE_{bs}(R))^2}, \quad (31)$$

siendo R el total de pagos por siniestros estimados y  $SE_{bs}(R)$  el error de estimación de las provisiones técnicas obtenidas en la primera etapa.

Conocidos los modelos con los que trabajaremos procederemos a realizar la prueba empírica.

### 3. Estimación provisiones técnicas

Para comparar los modelos planteados utilizamos los datos de pagos por siniestros de una compañía aseguradora en su ramo de autos en el periodo 2003-2011 (Cuadro 1). Se ha utilizado este periodo de muestra debido a que ha sido el facilitado por la compañía aseguradora.

**Cuadro 1.** Triángulo de pagos por siniestros acumulado.

Años de origen	Años de desarrollo								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2003	10.046.091	19.010.101	22.024.848	22.895.018	24.872.022	25.209.233	25.353.489	25.539.526	25.600.148
2004	11.415.084	18.969.296	21.195.484	22.135.959	22.870.535	23.017.091	23.210.194	23.245.375	
2005	11.574.464	20.598.683	23.783.689	25.997.732	26.206.821	26.742.444	26.764.421		
2006	9.138.516	16.683.752	18.966.676	19.621.744	19.790.022	20.108.031			
2007	10.916.767	19.323.012	21.234.007	21.926.159	22.595.511				
2008	10.532.658	18.559.272	20.661.893	21.237.913					
2009	9.587.254	16.160.559	17.988.122						
2010	10.773.442	18.566.037							
2011	9.358.683								

Fuente: Elaboración propia.

Se comienza obteniendo la estimación de pagos por siniestros utilizando la Distribución Libre de Mack (Cuadro 2), la cual coincide con la obtenida por el método Chain Ladder.

Las estimaciones de pagos totales obtenidas son 205.737.066 u.m. y las estimaciones de pagos por siniestros ocurridos pero no notificados ascienden a 20.272.824 u.m.

**Cuadro 2.** Total de pagos por siniestros estimados aplicando el Chain Ladder.

Años de origen	Años de desarrollo								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2003	10.046.091	19.010.101	22.024.848	22.895.018	24.872.022	25.209.233	25.353.489	25.539.526	25.600.148
2004	11.415.084	18.969.296	21.195.484	22.135.959	22.870.535	23.017.091	23.210.194	23.245.375	23.300.551
2005	11.574.464	20.598.683	23.783.689	25.997.732	26.206.821	26.742.444	26.764.421	26.886.339	26.950.158
2006	9.138.516	16.683.752	18.966.676	19.621.744	19.790.022	20.108.031	20.204.412	20.296.447	20.344.624
2007	10.916.767	19.323.012	21.234.007	21.926.159	22.595.511	22.917.886	23.027.734	23.132.631	23.187.540
2008	10.532.658	18.559.272	20.661.893	21.237.913	21.946.927	22.260.049	22.366.744	22.468.629	22.521.962
2009	9.587.254	16.160.559	17.988.122	18.824.869	19.453.326	19.730.870	19.825.443	19.915.752	19.963.026
2010	10.773.442	18.566.037	20.942.353	21.916.521	22.648.190	22.971.317	23.081.421	23.186.562	23.241.599
2011	9.358.683	16.477.788	18.586.824	19.451.421	20.100.794	20.387.576	20.485.297	20.578.612	20.627.458

Fuente: Elaboración propia.

En este momento entra en juego la aportación realizada por Mack (1993) para estimar el error de predicción del modelo Chain Ladder.

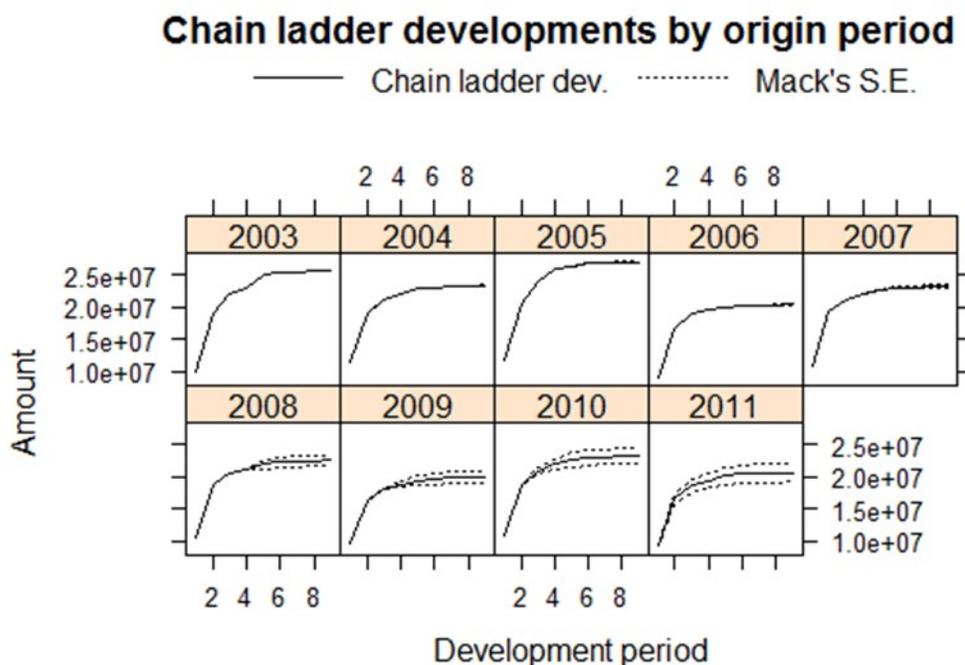
Los resultados obtenidos con este método, utilizando la Regresión Loglineal para estimar la desviación del último año de desarrollo se observan en el Cuadro 3. Se puede observar como las estimaciones de pagos por siniestros ocurridos pero no notificados (IBNR) van ascendiendo a medida que los siniestros ocurren en años más cercanos al actual, al igual que ocurre con su error, existiendo una excepción para los pagos por siniestros en 2006, año en el que el error es inferior al del año anterior. Respecto al coeficiente de variación, se observa cómo va disminuyendo este para los siniestros más recientes, con la excepción del año 2008 en el que el error tiene un mayor peso sobre la media.

**Cuadro 3.** Datos obtenidos aplicando la Distribución Libre de Mack por año de ocurrencia.

Años de ocurrencia	Pagos actuales	Desarrollo actual	Pagos estimados	IBNR	Error Mack	CV (IBNR)
2003	25.600.148	1,000	25.600.148	0	0	NaN
2004	23.245.375	0,998	23.300.551	55.176	128.283	2,325
2005	26.764.421	0,993	26.950.158	185.737	193.873	1,044
2006	20.108.031	0,988	20.344.624	236.593	186.788	0,789
2007	22.595.511	0,974	23.187.540	592.029	255.722	0,432
2008	21.237.913	0,943	22.521.962	1.284.049	826.003	0,643
2009	17.988.122	0,901	19.963.026	1.974.904	949321	0,481
2010	18.566.037	0,799	23.241.599	4.675.562	1.155.284	0,247
2011	9.358.683	0,454	20.627.458	11.268.775	1.446.217	0,128

Fuente: Elaboración propia.

Gráficamente podemos ver la evolución de las estimaciones junto con el error asumido por año de ocurrencia (Gráfica 1).



**Gráfica 1.** Evolución de las estimaciones junto con el error asumido por año de ocurrencia aplicando la Distribución Libre de Mack.

Fuente: Elaboración propia

Analizando los totales obtenemos un error de 2.701.890,84 u.m representando este un 13% sobre la media obtenida con el método Chain Ladder (Cuadro 4).

Por tanto, utilizando la Distribución Libre de Mack, se ha obtenido una estimación de pagos por siniestros de 20.272.824 u.m. y un error de 2.701.891 u.m. siendo el peso de este sobre las estimaciones de un 13,3

**Cuadro 4.** Datos obtenidos con la aplicación de la Distribución Libre de Mack. Totales.

	Totales
Pagos actuales	185.464.241
Desarrollo actual	0,901
Pagos estimados	205.737.065
IBNR	20.272.824
Error Mack	2.701.891
CV (IBNR)	0,133

Fuente: Elaboración propia.

Respecto al modelo lineal generalizado siguiendo una distribución Poisson con Sobredispersión con enlace logarítmico, se ha obtenido las estimaciones mostradas en el Cuadro 5.

Destaca como los parámetros significativos corresponden con los factores correspondientes al año de desarrollo con un 99% de confianza que son los que influyen en el modelo, siendo el factor dentro de estos menos significativo el correspondiente al último año de desarrollo debido a la menor información respecto a este.

**Cuadro 5.** Estimación de los parámetros influyentes en el Modelo Lineal Generalizado con distribución Poisson con Sobredispersión con función de enlace logarítmica.

Parámetros	Estimación	Error Estándar	t-valor	Pr(> t )	Sign.
(Independiente)	16,26779	0,09158	177.631	<2e-16	***
Factor (orig) 2004	-0,09412	0,12225	-0,77	0,447794	
Factor (orig) 2005	0,05139	0,11804	0,435	0,66665	
Factor (orig) 2006	-0,22978	0,12725	-1,806	0,081731	
Factor (orig) 2007	-0,09898	0,12339	-0,802	0,429199	
Factor (orig) 2008	-0,12811	0,12567	-1,019	0,31673	
Factor (orig) 2009	-0,24872	0,13192	-1,885	0,069793	.
Factor (orig) 2010	-0,09665	0,13133	-0,736	0,467868	
Factor (orig) 2011	-0,21598	0,16679	-1,295	0,205941	
Factor (des) 2	-0,27352	0,0708	-3,864	0,000605	***
Factor (des) 3	-1,49007	0,11549	-12,906	2,63 e-13	***
Factor (des) 4	-2,3818	0,18192	-13,093	1,86 e-13	***
Factor (des) 5	-2,66805	0,22619	-11,795	2,23 e-12	***
Factor (des) 6	-3,48534	0,37301	-9,344	4,21 e-10	***
Factor (des) 7	-4,56195	0,71398	-6,389	6,40 e-07	***
Factor (des) 8	-4,60808	0,90945	-5,067	2,31 e-05	***
Factor (des) 9	-5,25538	1,73446	-3,03	0,005215	**

Cod. Signif. 0 '\*\*\*' 0,001 '\*\*' 0,01 '\*' 0,05 '.' 0,1 ' '

Fuente: Elaboración propia.

Las estimaciones por cada año de ocurrencia obtenidas con el modelo pueden verse resumidas en el Cuadro 6.

En este modelo propuesto por Renshaw y Verrall (1998), las estimaciones obtenidas coinciden con las del método Chain Ladder y por tanto, con las de la Distribución Libre de Mack. En cambio, la estimación del error de predicción difiere de la obtenida en el modelo de Mack, siendo esta cada vez mayor en función de la cercanía de la ocurrencia de los siniestros, al igual que ocurre con el coeficiente de variación.

**Cuadro 6.** Datos obtenidos aplicando el Modelo Lineal Generalizado con distribución Poisson con Sobredispersión con función de enlace logarítmica por año de ocurrencia.

Años de ocurrencia	Pagos actuales	Desarrollo actual	Pagos estimados	IBNR	S.E.	CV
2003	25.600.148	1,000	25.600.148	0	0	NaN
2004	23.245.375	0,998	23.300.551	55.176	13.612	2,512
2005	26.764.421	0,993	26.950.158	185.737	242.062	1,303
2006	20.108.031	0,988	20.344.624	236.593	249.663	1,055
2007	22.595.511	0,974	23.187.540	592.029	386.756	0,653
2008	21.237.913	0,943	22.521.962	1.284.049	557.666	0,434
2009	17.988.122	0,901	19.963.026	1.974.904	688.159	0,348
2010	18.566.037	0,799	23.241.599	4.675.562	1.119.050	0,239
2011	9.358.683	0,454	20.627.458	11.268.775	2.250.122	0,200

Fuente: Elaboración propia.

Los totales obtenidos para esta metodología se muestran en el Cuadro 7.

Las estimaciones de pagos por siniestros ocurridos pero no notificados utilizando el Modelo Lineal Generalizado con la distribución Poisson con Sobredispersión y enlace con la función logarítmica son de 20.272.824 u.m, con un error de 3.043.902 u.m. representando este respecto a la estimación un 15,01 %.

**Cuadro 7.** Datos obtenidos aplicando el Modelo Lineal Generalizado con distribución Poisson con Sobredispersión con función de enlace logarítmica. Totales.

	<b>Totales</b>
Pagos actuales	185.464.241
Desarrollo actual	0,901462
Pagos estimados	205.737.065
IBNR	20.272.824
S.E.	3.043.902
CV	0,150147

Fuente: Elaboración propia.

Aplicando la propuesta de England (2002) para la estimación de pagos por siniestros ocurridos pero no notificados y su error suponiendo que los datos siguen una distribución Poisson con Sobredispersión y utilizando un remuestreo de 10.000, obtenemos los resultados expuestos en el Cuadro 8.

En el Cuadro 8 se puede observar las estimaciones de pagos por siniestros y su error. En este caso los pagos por siniestros ocurridos pero no notificados se mantienen al alza a siniestros más recientes, al igual que su error.

**Cuadro 8.** Datos obtenidos aplicando el método Bootstrap con Simulación por año de ocurrencia.

<b>Años de ocurrencia</b>	<b>Pagos actuales</b>	<b>Pagos estimados</b>	<b>Media IBNR</b>	<b>IBNR S.E.</b>	<b>CV</b>
2003	25.600.148	25.600.148	0	0	NaN
2004	23.245.375	23.300.016	54.641	155.649	2,849
2005	26.764.421	26.948.823	184.405	252.447	1,369
2006	20.108.031	20.346.154	238.123	260.466	1,094
2007	22.595.511	23.183.251	587.740	392.763	0,668
2008	21.237.913	22.516.763	1.278.850	557.560	0,436
2009	17.988.122	19.962.863	1.974.741	693.495	0,351
2010	18.566.037	23.235.930	4.669.893	1.127.181	0,241
2011	9.358.683	20.646.788	11.288.105	2.274.820	0,202

Fuente: Elaboración propia.

Otra cuestión que permite este método es obtener intervalos de confianza, debido a que trabajamos con la función de distribución, podemos establecer en que percentil situarnos para la estimación de pagos por siniestros asumiendo distintos niveles de error (Cuadro 9).

Puede observarse en función de los resultados obtenidos, como las estimaciones de pagos no difieren en exceso con diferentes niveles de confianza, lo cual, disminuye la posibilidad de falta de provisiones.

**Cuadro 9.** Percentiles obtenidos aplicando el método Bootstrap con Simulación por año de ocurrencia.

Años de ocurrencia	IBNR 25	IBNR 50	IBNR 75	IBNR 95	IBNR 99	IBNR 99,5
2003	0	0	0	0	0	0
2004	0	4.303	69.211	347.263	670.594	818.830
2005	21.040	112.538	279.471	679.071	1.064.548	1.197.634
2006	58.437	170.250	348.673	738.733	1.115.673	1.265.765
2007	298.634	518.609	803.425	1.327.518	1.805.068	1.998.139
2008	874.453	1.206.524	1.603.862	2.292.870	2.843.490	3.094.549
2009	1.474.254	1.909.111	2.398.921	3.231.081	3.920.555	4.190.606
2010	3.884.157	4.583.220	5.355.779	6.656.539	7.631.568	8.177.441
2011	9.804.061	11.103.111	12.473.377	5.287.712	18.678.777	19.724.877

Fuente: Elaboración propia.

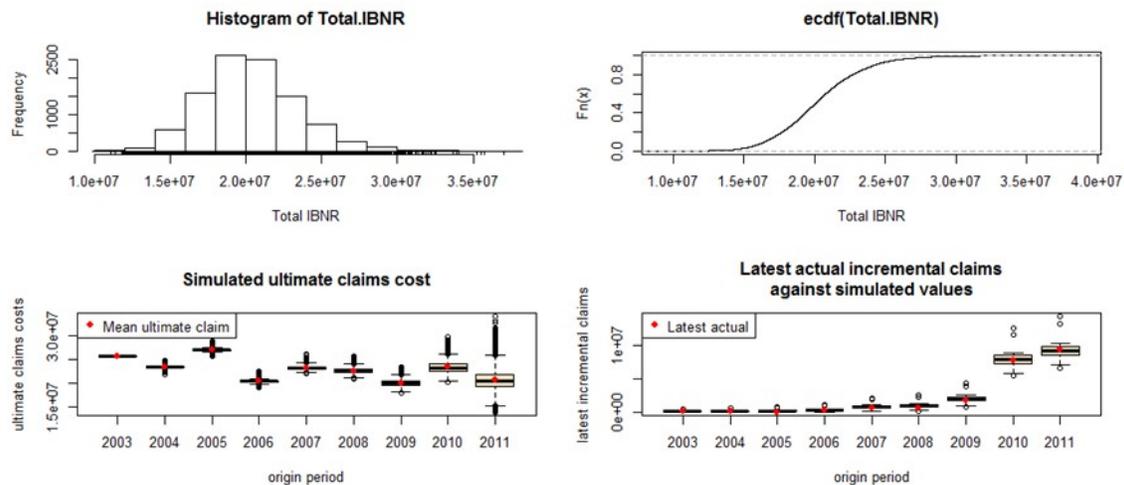
Gráficamente estos datos pueden representarse como se observa en la Gráfica 2.

Se observa en el histograma como la totalidad de estimaciones de pagos por siniestros ocurridos pero no notificados se encuentra entre 10.000.000 y 35.000.000 u.m. siendo los valores más probables los comprendidos entre los 15.000.000 y los 25.000.000 u.m. encontrándose el valor más probable 18.000.000 y 20.000.000 u.m.

Analizando la función de distribución, se observas como a partir de los 25.000.000 u.m., el incremento de la confianza es muy reducido.

Enfocándose en las gráficas Boxplot, se observan bastantes diferencias entre los pagos por siniestros ocurridos en diferentes años, y como su variabilidad aumenta en pagos por siniestros más recientes.

Respecto a la evolución de los pagos por siniestros ocurridos pero no notificados, se encuentra cierta variabilidad, siguiendo esta una evolución exponencial a siniestros más recientes.



**Gráfica 2.** Representación Gráfica de los datos obtenidos aplicando el método Bootstrap con Simulación.

Fuente: Elaboración propia.

Analizando las estimaciones totales para el método Bootstrap con Simulación se obtienen los resultados expuestos en el Cuadro 10.

Llama la atención en este caso, la similitud entre la media y la mediana y cómo la diferencia entre los pagos por siniestros obtenidos asumiendo una confianza del 99.5 % respecto a la media representa un 47.28 %, siendo un valor no muy elevado.

Por tanto con el método Bootstrap con Simulación se han obtenidos unas estimaciones de pagos por siniestros ocurridos pero no notificados respecto a la media de 20.276.496 u.m. con un error de 3.062.349 u.m, representando este sobre la media un 15,1 %.

**Cuadro 10.** Datos obtenidos con el método Bootstrap con Simulación. Totales.

	<b>Totales</b>
Pagos actuales	185.464.241
Pagos estimados	205.740.737
Media IBNR	20.276.496
IBNR S.E.	3.062.349
IBNR 25	18.216.263
IBNR 50	20.090.842
IBNR 75	22.109.346
IBNR 95	25.573.786
IBNR 99	28.641.311
IBNR 99,5	29.863.559
CV	0,151

Fuente: Elaboración propia.

#### 4. Análisis de resultados

Una vez aplicados los diferentes métodos se procede a comparar los resultados obtenidos comenzando con los resultados obtenidos respecto a la estimación de pagos por siniestros ocurridos pero no notificados (Cuadro 11).

La estimación de pagos por siniestros ocurridos pero no notificados, debido a que tiene por base el método Chain Ladder, el método propuesto por Mack obtiene los mismos resultados que aplicando el Modelo Lineal Generalizado asumiendo una distribución de Poisson con Sobredispersión junto con la función de enlace logarítmica. No obstante, las diferencias de las estimaciones obtenidas con estos modelos respecto al método Bootstrap con Simulación son muy reducidas, siendo la diferencia mayor en términos porcentuales los pagos estimados para los siniestros ocurridos en 2004, representando la diferencia un 0.97 %. En términos absolutos, la diferencia de las estimaciones obtenidas con el Bootstrap con Simulación respecto a los otros métodos es de 3.672 u.m. representando esta un 0.02 %.

Por tanto, se puede determinar, en base a la estructura de datos seguida, que los métodos analizados no presentan diferencias importantes en la estimación de pagos por siniestros ocurridos pero no notificados.

**Cuadro 11.** Estimaciones para la media de pagos por siniestros ocurridos pero no notificados según los métodos analizados.

Años de ocurrencia	IBNR Distribución Libre de Mack	IBNR GLM Poisson con Sobredispersión y función de enlace logarítmica	IBNR Bootstrap con Simulación
2003	0	0	0
2004	55.176	55.176	54.641
2005	185.737	185.737	184.405
2006	236.593	236.593	238.123
2007	592.029	592.029	587.740
2008	1.284.049	1.284.049	1.278.850
2009	1.974.904	1.974.904	1.974.741
2010	4.675.562	4.675.562	4.669.893
2011	11.268.775	11.268.775	11.288.105
Total	20.272.824	20.272.824	20.276.496

Fuente: Elaboración propia.

En el Cuadro 12 se observan los resultados obtenidos para el error de predicción. A diferencia de lo ocurrido con las estimaciones, el error de predicción difiere en los tres métodos. Llama la atención la gran diferencia en el error para los siniestros ocurridos en 2004, siendo el resultado obtenido con el Modelo Lineal Generalizado el que presenta la mayor diferencia siendo un 11,24% menor al error obtenido por el Modelo Lineal Generalizado y un 11,77% inferior al obtenido utilizando Bootstrap. Otra cuestión llamativa, es la mayor estimación del error utilizando la Distribución Libre de Mack para los pagos por siniestros ocurridos desde el 2008 al 2010, aun cuando este método presenta la menor estimación del error de predicción. Por tanto, existen diferencias entre los métodos en cuanto al error de predicción, siendo el método que más se aleja la Distribución Libre de Mack tanto en términos absolutos como en su estructura.

**Cuadro 12.** Estimaciones del error de predicción cometido para los pagos por siniestros ocurridos pero no notificados según los métodos analizados.

Años de ocurrencia	IBNR Distribución Libre de Mack	IBNR GLM Poisson con Sobredispersión y función de enlace logarítmica	IBNR Bootstrap con Simulación
2003	0	0	0
2004	128.283	13.612	155.649
2005	193.873	242.062	252.447
2006	186.788	249.663	260.466
2007	255.722	386.756	392.763
2008	826.003	557.666	557.560
2009	949.321	688.159	693.495
2010	1.155.284	1.119.050	1.127.181
2011	1.446.217	2.250.122	2.274.820
Total	2.701.891	3.043.902	3.062.349

Fuente: Elaboración propia.

En el Cuadro 13, al igual que ocurre con la estimación del error en el Cuadro 12, los valores del coeficiente de variación para los pagos por siniestros ocurridos en diferentes años difieren entre sí, presentando la mayor diferencia la Distribución Libre de Mack, presentando valores inferiores en todos los años excepto de 2008 a 2010 al igual que ocurrió con la estimación del error.

**Cuadro 13.** Coeficiente de variación obtenidos para los pagos por siniestros ocurridos pero no notificados aplicando los métodos analizados.

Años de ocurrencia	IBNR Distribución Libre de Mack	IBNR GLM Poisson con Sobredispersión y función de enlace logarítmica	IBNR Bootstrap con Simulación
2003	NaN	NaN	NaN
2004	2,325	2,512	2,849
2005	1,044	1,303	1,369
2006	0,789	1,055	1,094
2007	0,432	0,653	0,668
2008	0,643	0,434	0,436
2009	0,481	0,348	0,351
2010	0,247	0,239	0,241
2011	0,128	0,200	0,202
Total	0,133	0,150	0,151

Fuente: Elaboración propia.

Si analizamos las correlaciones de los métodos mediante el Coeficiente de Correlación de Pearson, obtenemos que la Distribución Libre de Mack y el Modelo Lineal Generalizado asumiendo una distribución Poisson con Sobredispersión con la función de enlace logarítmica presentan una correlación de un 75,82 % y que el método Bootstrap con Simulación obtiene un 75,68 %, por tanto, podemos decir que los tres se adecuan para la estimación de los pagos para siniestros ocurridos pero no notificados.

En principio, los resultados obtenidos con los tres métodos son viables, no obstante, hay que tener en cuenta que los tres métodos no se pueden aplicar en todas las situaciones posibles, este es el caso de la Distribución Libre de Mack, la cual, no es posible aplicar cuando existen reservas negativas, lo cual limita su aplicación debido a que en las compañías aseguradoras se da esta situación con bastante asiduidad.

## 5. Conclusiones

La estimación de las provisiones técnicas exigidas por la Directiva Europea Solvencia II se ven influenciadas por la diversidad de métodos para la obtención de las estimaciones de pagos por siniestros futuros.

En base a los tres métodos analizados, cabe mencionar que las diferencias obtenidas para la estimación de los pagos por siniestros ocurridos pero no notificados no son significativas, siendo las estimaciones de pagos iguales con el Modelo Lineal Generalizado asumiendo una distribución Poisson con Sobredispersión junto con la función de enlace logarítmica y la Distribución Libre de Mack, debido a que dichas estimaciones coinciden con las obtenidas por el método Chain Ladder. A su vez, son muy similares a las obtenidas con el método Bootstrap con Simulación.

En cuanto al error estimado con estos métodos, se encuentran diferencias notables, siendo el que más se aleja la estimación del error de predicción realizada por la Distribución Libre de Mack, siendo la estructura seguida por los otros dos métodos similar con pequeñas diferencias.

En base a los resultados obtenidos, podemos determinar que los tres métodos son viables para la estimación de las provisiones técnicas. Sin embargo, si tenemos en cuenta las características de cada metodología, la Distribución Libre de Mack presenta la limitación de no poderse aplicar en el caso de que existan factores de desarrollo inferiores a 1.

En cuanto a la utilización del Modelo Lineal Generalizado con la distribución Poisson con Sobredispersión junto con la función de enlace logarítmica, esta, al igual que con otras distribuciones, se basa en la utilización

de la media y la varianza para la obtención de la media y el error de predicción, lo cual, limita la precisión.

El método Bootstrap con Simulación pese a que sus estimaciones difieren levemente de las obtenidas con el método Chain Ladder, trabaja con la distribución predictiva completa para la obtención de dicha estimación y su error de predicción.

Por todo lo anterior, a pesar de que todos los métodos son adecuados para la estimación de provisiones técnicas, nos decantamos por el método Bootstrap con Simulación como el método más apropiado.

A pesar de que el análisis comparativo ha sido realizado teniendo en cuenta las estimaciones para la media, resulta interesante la aplicación de otra medida para la constitución de las provisiones técnicas. Observando los datos obtenidos aplicando el método Bootstrap con Simulación, vemos la similitud entre los resultados obtenidos con la media y el percentil 50. Aquí entra un juego un debate de cual medida sería la más adecuada para representar las provisiones técnicas. Si los datos tratados siguen una distribución normal, poco probable en la realidad, la utilización de la media puede ser una buena opción debido a su facilidad de tratamiento posterior. Sin embargo, si los datos no siguen una distribución normal y se encuentran en los extremos valores negativos o excesivamente elevados, el percentil 50 resulta una medida más adecuada para tomar en consideración en el establecimiento de las provisiones técnicas. Tomando en consideración que es habitual que en las entidades aseguradoras los datos de pagos por siniestros no sean homogéneos, siendo habitual encontrar valores extremos con una baja probabilidad de ocurrencia, consideramos como medida más adecuada para el establecimiento de las provisiones técnicas la mediana, siendo útil para prevenir el riesgo de insolvencia o de ineficacia en la utilización de los recursos.

## Referencias

- [1] Albarrán Lozano, I., Alonso González, P. (2010). Métodos estocásticos de estimación de las provisiones técnicas en el marco de Solvencia II. Fundación MAPFRE, Instituto de Ciencias del Seguro.
- [2] Boj, E., & Costa, T. (2017). Provisions for claims outstanding, incurred but not reported, with generalized linear models: prediction error formulated according to calendar year. Cuadernos de gestión, 17(2), 157-174. <https://doi.org/10.5295/cdg.150526eb>
- [3] Boj del Val, E., Costa Cor, T., & Espejo Fernández, J. (2014). Provisiones técnicas por años de calendario mediante modelo lineal generalizado: una aplicación con Rexcel. Anales del Instituto de Actuarios Españoles, 20, 83-116.
- [4] Carrato, A., Concina, F., Gesmann, M., Murphy, D., Wüthrich, M., & Zhang, W. (2015). Claims reserving with R: ChainLadder- 0. 2. 2. Package Vignette. R-project. Disponible en: <https://cran.rproject.org/web/packages/ChainLadder/vignettes/ChainLadder.pdf>.
- [5] Efron, B. (1979). Bootstrap methods: Another look at the jackknife. The Annals of Statistics, 7, 1-26. <https://doi.org/10.1214/aos/1176344552>
- [6] England, P. (2002). Addendum to “Analytic and bootstrap estimates of prediction errors in claims reserving”. Insurance: Mathematics and Economics, 31(3), 461-466. [https://doi.org/10.1016/s0167-6687\(02\)00161-0](https://doi.org/10.1016/s0167-6687(02)00161-0)
- [7] England, P., & Verrall, R. (1999). Analytic and bootstrap estimates of prediction errors in claims reserving. Insurance: mathematics and economics, 25(3), 281-293. [https://doi.org/10.1016/s0167-6687\(99\)00016-5](https://doi.org/10.1016/s0167-6687(99)00016-5)
- [8] Lowe, J. (1994). A practical guide to measuring reserve variability using: Bootstrapping, operational time and a distribution free approach. In Proceedings of the 1994 General Insurance Convention. Institute of Actuaries and Faculty of Actuaries.
- [9] Mack, T. (1993). Distribution-free calculation of the standard error of chain ladder reserve estimates. ASTIN Bulletin: The Journal of the IAA, 23(2), 213-225. <https://doi.org/10.2143/ast.23.2.2005092>
- [10] Mack, T. (1994). Measuring the variability of chain ladder reserve estimates. In Casualty Actuarial Society Forum (Vol. 1, No. 1, pp. 101-83). [https://doi.org/10.1016/0167-6687\(94\)90721-8](https://doi.org/10.1016/0167-6687(94)90721-8)

- [11] McCullagh, P., & Nelder, J. A. (1989): *Generalized Linear Models*. New York: Chapman and Hall.
- [12] Parlamento Europeo y Consejo de la Unión Europea., 2009. Directiva 2009/138/CE, de 25 de noviembre de 2009, sobre el seguro de vida, el acceso a la actividad de seguro y de reaseguro y su ejercicio (Solvencia II).
- [13] Paule-Vianez, J., Coca-Pérez, J. L., & Granado-Sánchez, M. (2019). Estimación del riesgo de reserva con Solvencia II: Distribución Libre de Mack vs Bootstrap con Simulación. *Revista Espacios*, 40(18), 10-22.
- [14] Paule Vianez, J., Granado Sánchez, M., & Coca Pérez, J. L. (2018). Método Bootstrap para el cálculo de provisiones técnicas por siniestros. *Cuadernos de Gestión*, 18(2), 163-184. <https://doi.org/10.5295/cdg.150609jp>
- [15] Renshaw, A. E., & Verrall, R. J. (1998). A stochastic model underlying the chain-ladder technique. *British Actuarial Journal*, 4(4), 903-923. <https://doi.org/10.1017/s1357321700000222>
- [16] Slim, N., & Mansouri, F. (2015). Reserve Risk Analysis and Dependence Modeling in Non-Life Insurance:“The Solvency II Project”. *Journal of Applied Economic Sciences*, 10(7), 1125-1144.
- [17] Solanas, A., & Olivera, V. (1992). Bootstrap: fundamentos e introducción a sus aplicaciones. *Anuario de psicología/The UB Journal of psychology*, (55), 143-154.
- [18] Taylor, G. C., & Ashe, F. R. (1983). Second moments of estimates of outstanding claims. *Journal of Econometrics*, 23(1), 37-61. Show more [https://doi.org/10.1016/0304-4076\(83\)90074-X](https://doi.org/10.1016/0304-4076(83)90074-X)
- [19] Wüthrich, M. V. (2008). Prediction error in the chain ladder method. *Insurance: Mathematics and Economics*, 42(1), 378-388. <https://doi.org/10.1016/j.insmatheco.2007.05.002>