

## ¿Objetivos económicos o sobrevivencia? teoría de juegos con riesgo durante el COVID-19

Luis Antonio Andrade Rosas - Universidad La Salle México, México  
Héctor Alonso Olivares Aguayo<sup>1</sup>   - Universidad La Salle México, México  
Carlos Alberto Jiménez Bandala - Universidad La Salle México, México

### Resumen

El objetivo de este trabajo es analizar la estrategia de asociación de una empresa en condiciones estables, para tratar de rescatar a otras empresas por la incertidumbre ocasionada por la pandemia del COVID-19. Para este análisis relacionamos los conceptos de utilidad esperada, riesgo, incertidumbre y teoría de juegos, donde el factor riesgo se desprende por la asociación con empresas en posible fracaso, y el factor incertidumbre por la falta de conocimiento respecto a las empresas a asociar. Los resultados muestran que las condiciones por asociar son distintas, dependiendo si el objetivo es económico o de precaución. La aportación del trabajo es analizar metodológicamente el concepto de precaución, derivado de la pandemia, que muestran las empresas cuando deciden asociarse. A pesar de que el trabajo no considera información y condiciones reales de la pandemia, el trabajo concluye y recomienda que si las empresas decidieran anexarse, para abarcar más mercado o recuperarse, tendrían que considerar factores de riesgo e incertidumbre.

*Clasificación JEL: C78, D22, G22.*

*Palabras clave: Estrategias Empresariales, Teoría de Juegos, Competitividad, Proveedores, Riesgo.*

## Economic Goals or Survival? Risky Game Theory During COVID-19

### Abstract

The objective of this work is to analyze the partnership strategy of a company in stable conditions, to try to rescue other companies from the uncertainty caused by the COVID-19 pandemic. For this analysis, we relate the concepts of expected utility, risk, uncertainty and game theory, where the risk factor arises from the association with companies in possible failure, and the uncertainty factor from the lack of knowledge regarding the companies to associate. The results show that the conditions to be associated are different, depending on whether the objective is economic or precautionary. The contribution of the work is to methodologically analyze the concept of precaution, derived from the pandemic, that companies show when they decide to associate. Although the work does not consider information and real conditions of the pandemic, the work concludes and recommends that if companies decided to annex, to cover more market or recover, they would have to consider risk factors and uncertainty.

*JEL Classification: C78, D22, G22.*

*Keywords: Business Strategies, Game Theory, Competitiveness, Suppliers, Risk.*

<sup>1</sup> Autor de correspondencia.

\* Los autores agradecen a la universidad La Salle Ciudad de México por las facilidades para desarrollar este trabajo. El trabajo forma parte del proyecto de investigación: Modelos económicos-matemáticos aplicados a políticas públicas relacionadas con cuestiones sociales, ambientales y de bienestar, code: SAD-09-17, bajo el mando del Dr. Luis Antonio Andrade Rosas.

Asimismo, "Agradecemos al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT) y al Instituto Nacional de Estadística y Geografía (INEGI) por el apoyo para la realización de este trabajo".

Finalmente, el trabajo está vinculado con el proyecto de investigación "Estrategias de inversión novedosas frente a la crisis financiera originada por el COVID-19" comandado por el Dr. Héctor Alonso Olivares Aguayo.



## 1. Introducción

El confinamiento, derivado de la pandemia COVID-19, contrajo de manera significativa la oferta y la demanda, lo que afectó severamente a la economía en general. Uno de los agentes económicos más afectado es la empresa, crucial en la activación de la economía, por el nivel de producción y empleo que generan. Es por ello, que, si hubiera un plan de rescate para la activación económica, es viable hacerlo a través de las empresas. Las estrategias que se han propuesto para esta reactivación son diversas, por ejemplo, Cáceres (2020) menciona algunas medidas que se han adoptado a nivel mundial. En España, por ejemplo, el agente principal que entra al rescate es la banca, la cual movilizó cerca de 200,000 millones para dar liquidez a PyMEs y apoyo a las familias. En Dinamarca, el gobierno se comprometió a pagar el 75% del sueldo de los empleados de empresas privadas, para evitar despidos. En Uruguay, se difieren cuotas de préstamos hasta por 180 días para deudores, cuyos ingresos puedan ser afectados a consecuencia de la emergencia sanitaria. Por su parte, Hernández (2020) menciona que México no ha sido la excepción, ya que a mediados de abril el gobierno dictaminó un crédito a la palabra de 25 mil pesos por negocio, para poder pagarse en tres años.

En este trabajo, se sugiere que las empresas estables e inalteradas por la pandemia, sean las propulsoras del rescate financiero de las empresas que cayeron en números rojos, rescate que puede ser a través de una asociación. También, se puede considerar asociar a empresas estables, pero con riesgo de caer en una crisis a futuro. Adicional a cierta credibilidad por esta asociación, podría haber un beneficio ya sea por mantenerse con esta estabilidad o por tener ganancias adicionales.

A pesar de que este rescate financiero es loable y recomendable, es indispensable analizarlo a detalle por los riesgos tanto económicos o sociales que pueda ocasionar. Por ejemplo, si el rescate va sobre una empresa que trae deudas financieras antes de la pandemia, puede ocasionar costos innecesarios y problemas en las finanzas. En este sentido, Campos (1998) menciona lo ocurrido en México en 1994 con el Fondo Bancario de Protección al Ahorro (Fobaproa), en donde el gobierno se adjudicó el problema de los bancos y deudores que a finales de los 90's sumaban una deuda cercana a los 600 millones de pesos. Otro tema importante en términos de costos, es la cuestión social, por ejemplo, si la empresa al rescate excluye a una empresa sana en finanzas por falta de información, ocasiona una discriminación que le traería problemas como una demanda o señalamiento social. De esta forma, es recomendable diferenciar a las empresas que se van a asociar.

La sugerencia en este trabajo es catalogar a las empresas sanas y en números rojos durante la pandemia. Sin embargo, la empresa estable que entra al rescate no puede detectar de manera precisa el tipo de empresa que va a rescatar, por lo que el análisis radica en un problema de información asimétrica, que captura la incertidumbre y el riesgo que muestra la empresa estable por esta asociación. Para ello, se relaciona la teoría de juegos con la teoría de utilidad esperada (Von Neumann y Morgenstern, 1944), apoyándose con conceptos como el valor esperado y las funciones de utilidad de cada agente económico. Con una función de utilidad es posible analizar el comportamiento de los agentes a través de sus preferencias, reduciéndose a: adverso al riesgo, neutral al riesgo o amante al riesgo, dependiendo de la forma en que decida arriesgar su riqueza "segura".

Citada la metodología<sup>2</sup>, el objetivo de este trabajo es analizar la estrategia de asociación de una empresa en condiciones estables, con otras empresas en condiciones inestables y capturar tanto la incertidumbre como el riesgo que conlleva esta asociación. El resultado principal muestra que las empresas deben ser cautas a la hora de asociar a otras empresas, considerando conceptos de incertidumbre y riesgo por esta asociación. La conclusión del trabajo, es combinar los conceptos ganancias económicas con el concepto de precaución, en las decisiones de la empresa que anexe.

El trabajo se estructura en 6 apartados. Posterior a la introducción, el segundo apartado consiste en el marco referencial, en el tercer apartado se muestra la metodología de teoría de juegos necesaria y de utilidad esperada. En el cuarto apartado se desarrolla el modelo y también se muestran los resultados teóricos. El quinto apartado corresponde a la discusión respecto a los resultados. Finalmente, se hace una pequeña conclusión que muestra las limitantes y aportaciones del trabajo en el apartado final.

## 2. Marco referencial

La pandemia ha ocasionado que las empresas se vean afectadas, y siendo éstas un factor clave en la actividad económica, es recomendable hacer un rescate al respecto. Rescates financieros hacia las empresas ya han ocurrido, por ejemplo, Carbó, *et al.* (2016) analizan la situación de las empresas españolas (particularmente las PyMEs) durante la crisis del 2008, y encontraron que las empresas con limitaciones crediticias tienen alta dependencia del crédito comercial, pero no de los préstamos bancarios; en cambio, las empresas sin restricciones dependen de los préstamos bancarios, pero no del crédito comercial.

En este trabajo, se considera que las empresas que no se han visto afectadas por el confinamiento, sean las encargadas de entrar al rescate de algunas empresas que han caído en problemas financieros por las consecuencias de la pandemia, o asociar a una empresa con finanzas sanas, pero con posibilidad de caer en crisis. La estrategia es a través de una asociación con estas empresas con posibles números rojos, que se puede visualizar como una forma de integración vertical, estrategia recomendable en periodo de crisis o incertidumbre. Al respecto, Alfaro *et al.* (2016), señalan que la integración vertical, aunque costosa, aumenta la productividad. Apoyando esta hipótesis, Lafontaine y Slade (2007), comentan que la integración vertical tiene consecuencias sobre variables económicas como precios, cantidades e inversión, cruciales en las ganancias en conjunto de esta asociación.

En el trabajo denominamos a la empresa que entra al rescate como grande, y a las empresas que asocia como pequeñas, además de que diferenciamos a las empresas pequeñas en dos tipos: empresas en números rojos y empresas con finanzas sanas. La estrategia de asociación de la empresa grande con dos tipos de empresas pequeñas, va acorde con el trabajo de Reisinger y Tarantino (2015), que muestran las consecuencias de la integración vertical de un productor monopolista que trata con dos empresas intermedias (minorista), mostrando que cuando se integra al minorista ineficiente, el productor monopolista no excluye al minorista rival debido a un efecto de cambio de producción. Justificando de alguna forma lo que se propone en este trabajo, es decir, no hay una discriminación hacia el tipo de empresa a asociar, más bien a partir de capturar la incertidumbre y

---

<sup>2</sup> Se deja el estado del arte en la sección de Marco referencial.

los riesgos que conllevan esta asociación, la empresa grande se cubre por alguna pérdida económica en caso de equivocarse por esta asociación. En el mismo sentido, Allain *et al.* (2016), mencionan que a pesar de que la estrategia de integración vertical ha servido como retención de personal calificado, advierten que esta retención puede debilitarse y que pudiera ser factor para que las empresas rivales acaparen el mercado laboral, sobre todo el especializado.

A pesar de esta diferenciación de las empresas pequeñas, la empresa grande no puede detectar de forma precisa que tipo de empresa es a la que se quiere asociar. De esta forma, se infiere un problema de información asimétrica por parte de las empresas grandes respecto al tipo de empresas pequeñas que enfrenta. La información asimétrica y su relación con la fusión de empresas, se analiza en Naya (2014), que sostiene que la existencia de asimetrías de información, y la realización de pagos colaterales, entre las diferentes empresas del mercado, son determinantes para que una fusión entre dos empresas seguidoras puede ser beneficiosa. Al respecto, Shaban, *et al.* (2016), comentan que la asimetría de información es una característica común que dificulta los créditos, como una posible solución de saldar deudas de PyMEs.

Para reducir esta información asimétrica por parte de las empresas grandes, introducimos creencias basadas en la experiencia sobre los tipos de empresas pequeñas. Aunque hay que tener cuidado con la subjetividad de éstas, ya que, si las decisiones solo se basan en una aleatoriedad o una simple observación, pueden generar pérdidas. Al respecto, Lang y Jee-Yeon (2012), al analizar las teorías de discriminación racial en el mercado laboral, mencionan que esta búsqueda aleatoria de información puede generar diferencias salariales y mayor desempleo.

En este trabajo, para evitar costos económicos y sociales, la empresa grande considerará señales y así detectar de mejor forma a las empresas que realmente necesitan asociar. La teoría de la señalización, de acuerdo a Connelly *et al.* (2011), es útil para describir el comportamiento cuando dos partes tienen acceso a información diferente. Al respecto, Todd *et al.* (2015), comentan que la decisión de los micro prestamistas se cuestiona debido a la información limitada sobre las características de las microempresas; pero a través de señales como la autonomía, agresividad competitiva y toma de riesgos, las microempresas tienen más probabilidades de recibir financiamiento.

De esta forma, se define un problema de información asimétrica y señalización, que puede representarse con la metodología de teoría de juegos. El interés de la teoría de juegos, desde el punto de vista económico, yace en examinar las diferentes formas en que los mercados operan dentro de su entorno económico (Roth y Wilson, 2019). Por su parte, Murrieta *et al.* (2017) aplican la teoría de juegos para determinar que la innovación y la gestión del conocimiento impactan de manera significativa la sostenibilidad de las empresas. Al respecto, Peña (2018) muestra un modelo de oferta y demanda básico, pero la información asimétrica hace que el análisis se interprete como el típico problema del dilema del prisionero con alta estabilidad.

Respecto a la relación con la cuestión financiera, Geli y Quilis (2019) analizan el sistema de financiación regional español, desde la visión de la teoría de juegos; examinando las implicaciones del riesgo moral y el sesgo que tienen sobre el déficit. Por su parte, Harsanyi (1967) incorpora señales para deducir de manera más objetiva la incertidumbre sobre los tipos de personas a los que se enfrenta la parte desinformada.

El análisis entre integración y teoría de juegos ha sido recurrente, como lo señala Passarelli (1996), que, a través de un juego en dos períodos por inducción hacia atrás, muestran la existencia de un bienestar que respalda una política antimonopolio, a través de una integración vertical en los mercados de inversión y desarrollo. Por su parte, Matsushima (2009) mediante un modelo de diferenciación espacial tipo hotelling, presenta una teoría de equilibrio de fusiones verticales, que permite relacionar las estrategias de las empresas intermedias para la diferenciación de productos y la integración vertical, concluyendo que la integración vertical mejora el grado de diferenciación del producto de la empresa integrada.

Parte del análisis del trabajo es involucrar la incertidumbre y los comportamientos respecto al riesgo de asociar a la empresa pequeña. En este sentido, Reisinger y Tarantino (2015) a través de una asociación de minoristas, o empresas intermedias, muestran que la integración con un minorista ineficiente conlleva a una incertidumbre sobre los costos de los minoristas, pero incorporando el concepto de utilidad esperada, esta fusión puede ser muy competitiva.

La investigación respecto a la teoría de utilidad esperada, ha ido en aumento y se ha modificado respecto a las necesidades, involucrando conceptos de aversión, amante y neutral al riesgo. Por ejemplo, Harrison y Rutström (2009) consideran el caso canónico de las elecciones de lotería, suponiendo que los datos se generan a través de la teoría de la utilidad esperada y la teoría prospectiva. Al respecto, Harrison *et al.* (2014) valúan con un procedimiento de lotería binario el comportamiento neutral al riesgo para la obtención de creencias, determinan empíricamente que el procedimiento de lotería binaria induce una utilidad lineal. En cuanto a la aversión al riesgo, Harrison *et al.* (2004) muestran diversos experimentos para obtener preferencias y riesgos de longevidad para cada individuo de la población adulta danesa, permitiendo estimaciones más precisas en la disminución de este tipo de riesgos. Por su parte, Meyer y Meyer (2005) encuentran que la medida de aversión relativa al riesgo, expresada como las preferencias de riesgo de un tomador de decisiones, está en función del argumento de la función de utilidad.

La teoría de la cartera también se encuentra relacionada con la utilidad esperada y el riesgo, por ejemplo, Eckel y Grossman (2008) desarrollan una elección simple de dos apuestas sobre las actitudes hacia el riesgo, mediante tres formas distintas: una abstracta en el que las apuestas de mayor rentabilidad conllevan la posibilidad de pérdidas, otra abstracta sin pérdidas y una última de inversión referente a la estructura de pagos de la primera. Los resultados muestran que solo el 27 por ciento de las conjeturas son precisas.

Yu *et al.* (2009), analizan los efectos de algunas funciones de utilidad sobre la selección de cartera, los resultados óptimos de inversión de las funciones de utilidad suponen activos financieros de la forma Black-Scholes. Yu *et al.*, utilizan la función de utilidad cuadrática para llegar a sus resultados, no obstante, utilizan otras estrategias con funciones de utilidad como la potencia y logaritmo.

Por otro lado, Dixit y Pindyck (2012) muestran una perspectiva teórica de inversión del capital de las empresas, se enfatiza la irreversibilidad en las decisiones de inversión y la incertidumbre del entorno económico en el que se toman estas decisiones. En cuanto a medidas de riesgo, Capiński y Kopp (2015) analizan el alcance y las limitaciones de carteras e introducen medidas de riesgo usadas frecuentemente. Además, discuten de manera novedosa la reducción del VaR y C-VaR considerando herramientas de cobertura de riesgos financieros.

### 3. Metodología

En esta sección describiremos a *grosso modo* las herramientas necesarias que incorpora la información asimétrica, el riesgo por asociar a la empresa pequeña, y la incertidumbre sobre los beneficios en conjunto de la empresa grande, o estable, con la empresa pequeña. El primer punto nos lo otorga la metodología de teoría de juegos, el segundo nos lo otorga la teoría de la utilidad esperada sobre aversión y amantes al riesgo, y el último punto correspondería a la metodología de probabilidad; conceptos que mostramos a continuación.

#### *Conceptos básicos de teoría de juegos*

*Definición 1* (Kreps, 1990). Un juego es una interacción estratégica entre dos agentes económicos, llamados jugadores, representado de la siguiente forma:

$$\Gamma = \{N, A_i \times A_j, U_i(a_i, a_j)\},$$

donde  $N$  es el número de jugadores,  $A_i$  es el conjunto de estrategias del jugador  $i$ ,  $a_i \in A_i$ , es la estrategia del jugador  $i$ ,  $a_j \in A_j$  es la estrategia del jugador  $j$  y  $U_i(a_i, a_j)$  es la función de pagos, para el jugador  $i$ .

Ante las diferentes decisiones por las que opte el jugador  $j$ , el jugador  $i$  debería tener, a través de deducciones o comportamientos previos, una mejor respuesta, esto es,

*Definición 2* (Mas-Colell *et al.*, 1995). Sea  $\Gamma = \{N, A_i \times A_j, U_i(a_i, a_j)\}$  un juego simultaneo, una estrategia  $a_i$  es una mejor respuesta del jugador  $i$  para cualquier estrategia  $a_j$  del jugador  $j$ , si,

$$U_i(a_i, a_j) \geq U_i(a'_i, a_j), \forall a'_i \in A_i \quad (1)$$

el concepto de mejor respuesta se denota como  $a_i = MR_i(a_j)$ . De esta forma, tenemos el siguiente concepto fundamental en teoría de juegos,

*Definición 3*. Un equilibrio de Nash es un perfil de estrategias  $(a_1^*, a_2^*, \dots, a_n^*)$ , tal que para cada jugador  $i = 1, 2, \dots, n$ ,  $a_i^*$  es una mejor respuesta a las mejores respuestas del jugador  $a_j^*$ ,  $j \neq i$ , esto es,  $a_i^* = MR_i(a_j^*)$  y  $a_j^* = MR_j(a_i^*)$  para todo  $j \neq i$ . En particular, para dos jugadores, un equilibrio de Nash  $(a_1^*, a_2^*)$  satisface que  $a_1^*$  es mejor respuesta para  $a_2^*$  y  $a_2^*$  es mejor respuesta para  $a_1^*$ .

#### *Juegos con información Incompleta*

Suponga que en un juego de dos jugadores, el jugador 1 valora de distinta forma su utilidad bajo la estrategia  $(a, c)$ , esto es,

$$U_1(a, c) = t, \text{ donde } t = \begin{cases} 3 & \text{si } J1 \text{ es tipo 1} \\ 0 & \text{si } J1 \text{ es tipo 2} \end{cases}$$

Así, cuando el jugador 1 valora con  $t = 3$ , se dice que es tipo 1, y cuando valora con  $t = 0$ , se dice que es tipo 2. Los valores de  $t$  se conocen para ambos jugadores, lo que no sabe el jugador 2, es cuándo J1 actuará como tipo 1 o como tipo 2. De esta forma se dice que el jugador 2 tiene información incompleta o que hay asimetría de información<sup>3</sup> por parte del jugador 2, respecto a los tipos del jugador 1.

Para que J2 deduzca cuando se enfrenta al jugador 1 como tipo 1 y cuando al jugador 1 como tipo 2, se basa en la experiencia y asigna creencias sobre el tipo de personas a los que se enfrenta. Estas creencias son probabilidades respecto a los tipos de J1 que se enfrenta el jugador 2, esto es,

$$P_2(j1 \text{ es tipo 1}) = p \text{ y } P_2(j1 \text{ es tipo 2}) = 1 - p, \quad (2)$$

el análisis anterior, es un problema de teoría de juegos con información asimétrica (incompleta), definido de la siguiente forma,

*Definición 4* (Riascos, 2016) Un juego  $\Gamma = \{\cdot\}$  con información incompleta (asimétrica), es un juego estratégico bajo incertidumbre, representado mediante,

$$\Gamma = \{N, A_i, T_i, P_j(t_i), U_i(a_i, a_j, t_i)\} \quad (*)$$

donde  $N$  es el número de jugadores,  $A_i$  es el conjunto de estrategias de cada jugador  $i$ ,  $T_i$  es el conjunto de tipos de cada jugador,  $P_j(t_i)$  es la creencia que asigna el jugador  $j \neq i$  al tipo de persona  $t_i \in T_i$  para cada jugador  $i$ , el cual desconoce. Finalmente,  $U_i(a_i, a_j, t_i)$  es la ganancia del jugador  $i$  para cada uno de sus tipos  $t_i$ , y para  $i = 1, 2, \dots, N$ .

Las creencias o probabilidades mostradas en (2) son probabilidades subjetivas que asigna el jugador que tiene información asimétrica, en este caso el J2. Para hacer estas creencias más “creíbles”, el jugador 1 manda señales (Spence, 1973; Harsanyi, 1967) a J2, que este último las incorpora para actualizar las creencias. La forma en que lo hace, es a través de la Ley de Bayes, deduciendo finalmente creencias objetivas, esto es.

$$P_2(T1|\text{señal}) = q \text{ y } P_2(T2|\text{señal}) = 1 - q \quad (3)$$

Al juego (\*) con las nuevas probabilidades mostradas en (3), se le denomina juego bayesiano, y al equilibrio, Equilibrio de Nash bayesiano (Osborne, 2004).

---

<sup>3</sup> A pesar de que el análisis en este trabajo es a través de juegos con información incompleta, los términos son similares en el sentido de que todos los elementos del juego son de conocimiento común, haciendo que el problema de información asimétrica sea manejable a través de un problema de información incompleta (Riascos, 2016; Harsanyi, 1967).

*Teoría de la utilidad esperada en las decisiones bajo riesgo*

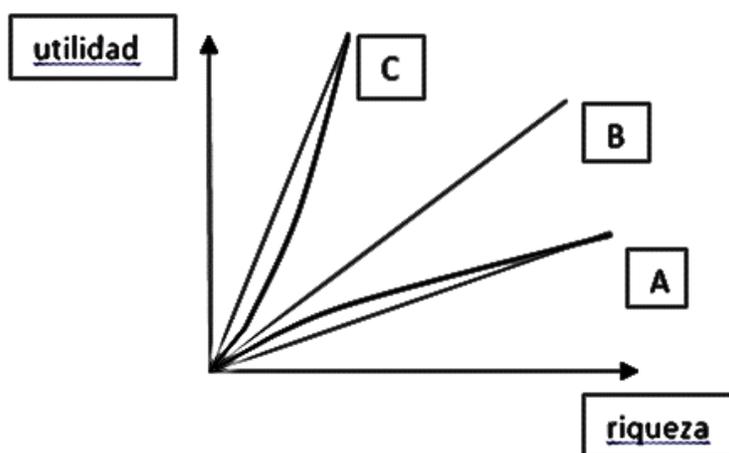
Una característica de los agentes económicos es su racionalidad, según la teoría de la utilidad esperada, ellos evalúan sus alternativas de consumo e inversión de acuerdo a sus preferencias subjetivas y seleccionan aquellas que maximizan su satisfacción, más comúnmente conocida como utilidad (subjetiva)<sup>4</sup>. Esta racionalidad, permite a los agentes económicos identificar las características esenciales de las alternativas de inversión disponibles y jerarquizarlas en términos de rendimientos y riesgo.

Cualquier problema de decisión involucra el confrontar y escoger entre varias alternativas, que caracterizan sus preferencias y que pueden representarse a través de una función de utilidad ( $U$ ), siendo el objetivo del consumidor maximizar esta función, esto es,

$$\text{Maximizar } U = f(w, r, \sigma, t)$$

donde,  $w$ : Riqueza,  $r$ : Rendimiento,  $\sigma$ : riesgo (desviación estándar) y  $t$ : horizonte de inversión (tiempo). Sintetizando únicamente en función de la riqueza, la función de utilidad  $U(w)$  integra las propiedades de no saciabilidad a través de su primera diferencial,  $U'(w) > 0$ ; y la de aversión al riesgo, mediante su segunda diferencial  $U''(w) < 0$ .

Los agentes económicos toman sus decisiones tratando siempre de maximizar su utilidad, si las decisiones se refieren a resultados inciertos, dichas decisiones se toman con base a la utilidad esperada y la incertidumbre correspondiente, medido por la desviación estándar. La decisión óptima presupone una actitud aversa al riesgo por parte de los individuos. Esto es, para la mayoría de los inversionistas el dinero el cual tiene una utilidad marginal decreciente, lo que implica que la no satisfacción por un peso perdido es mayor que la satisfacción por un peso ganado, lo que determina sus actitudes frente al riesgo.



**Figura 1.** Distintos tipos de riesgo

Fuente: elaboración propia.

<sup>4</sup> Daniel Bernoulli (1738) inició esta teoría para la medición del riesgo en términos estadísticos cuyas formulaciones fueron posteriormente consolidadas por otros autores cuyos postulados se emplean en la presente sección.

La Figura 1 muestra que es posible encontrar tres actitudes acerca del riesgo: amante al riesgo (curva C), aversión por el riesgo (curva A), e indiferencia ante el riesgo (curva B). Un amante del riesgo es aquel que prefiere el riesgo, su esperanza de ganancias está subordinada a una gran capacidad para soportar pérdidas continuas. Esta es una actitud presente entre los apasionados por los juegos al azar; cada peso ganado le causa una satisfacción mayor que un peso perdido. Dadas dos inversiones de igual nivel de rendimiento, pero diferente nivel de riesgo; un agente económico propenso al riesgo escogerá invariablemente la inversión más riesgosa. Ante una situación similar, el individuo averso al riesgo escogerá la inversión de menor riesgo; *ceteris paribus*, el riesgo disminuye la utilidad. Cada peso perdido le causa una molestia mayor que la satisfacción de un peso ganado. De ahí que para invertir requiere de un premio por el riesgo, cada vez mayor mientras mayor es el riesgo. El premio por el riesgo puede también ser entendido como la cantidad a que está dispuesto a renunciar el inversionista por tener un incremento seguro en su riqueza; esto es, equivalente a que se elimine la operación (real o financiera) riesgosa.

En cambio, a la persona indiferente al riesgo no le importará con cuál de las dos inversiones se queda. El nivel de molestia por la pérdida de un peso invertido es igual a la satisfacción de un peso ganado. En otras palabras, la utilidad marginal de dinero es constante.

#### *Expresiones de riesgo y Medidas de incertidumbre*

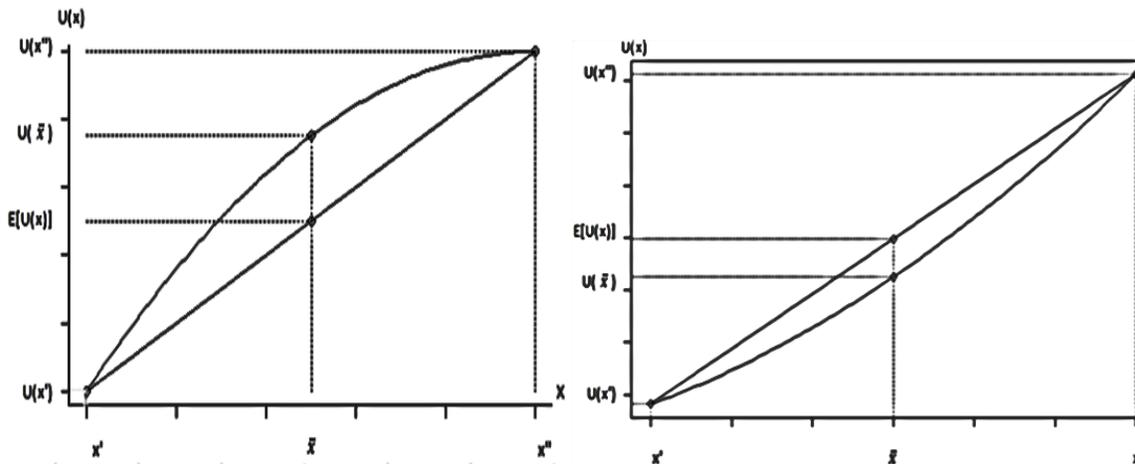
Los conceptos de incertidumbre y riesgo son conceptos muy diferentes, de hecho, el primero puede ocasionar al segundo. La literatura se ha encargado de separar los conceptos, por ejemplo, Pareja y Baena (2018) comentan que el riesgo es observable, existe información para estimarlo y la estimación es objetiva; mientras que la incertidumbre no es observable, los datos no son precisos y la estimación es subjetiva. En este trabajo, capturaremos el riesgo mediante expresiones cerradas que capturen la actitud de aversión o amante al riesgo; y la incertidumbre, a través de funciones de distribución.

El riesgo nos interesa, ya que el objetivo es analizar la estrategia de la empresa estable, que es asociar a una empresa pequeña, pero por los diferentes tipos de empresas que existen, es importante verificar si el comportamiento por asociar representa a un amante o un averso al riesgo. Esto es, la empresa estable tiene información asimétrica (incertidumbre) respecto a la empresa que va a incorporar, y esto ocasionará un riesgo por enfrentarse a una empresa riesgosa o no riesgosa. De acuerdo el subapartado anterior, la literatura de la utilidad esperada define los conceptos de aversos y amantes al riesgo mediante la función de utilidad. En este apartado y con ayuda de la literatura, presentamos formas cerradas que utilizaremos en este trabajo, de esta forma,

*Definición 5 (Mas-Colell et al., 1995):* Si las preferencias de un tomador de decisiones son representadas por una función de utilidad Bernoulli  $u(x)$ , el individuo es averso al riesgo si y solo si,

$$\int u(x)f(x)dx \leq u(\int xf(x)dx), \text{ para toda } f(x) \quad (4)$$

siendo  $f(x)$  cualquier función de densidad que representa, en particular, una lotería. La expresión (4) puede representarse como  $E(u(x)) \leq u(E(x))$ , que no es más que la desigualdad de Jensen, lo que indica que el individuo prefiere la utilidad esperada, sobre el valor esperado de la utilidad.



**Figura 2.** Individuos con aversión al riesgo (izquierda), e individuos amantes al riesgo (derecha).  
Fuente: elaboración propia.

Ahora, como la desigualdad de Jensen se cumple para una función cóncava, vemos que la aversión al riesgo es equivalente a la concavidad de  $u(x)$  (Mas-Colell *et al.*, 1995). Lo anterior es lógico debido a que una función cóncava es decreciente, por lo que para cualquier nivel de riqueza  $x$ , la utilidad ganada por una unidad monetaria extra es menor que la utilidad perdida de tener una unidad monetaria menos, acorde a lo citado en el subapartado anterior. Esto se puede observar en la Figura (2, derecha), en donde<sup>5</sup>  $U(E(X)) > E(U(X))$ , esto es, el individuo es averso al riesgo si la utilidad de su ganancia esperada es mayor que la esperanza de su utilidad monetaria. Análogamente, podemos definir a un amante al riesgo con una función convexa, en donde,  $U(\bar{x}) < E(U(X))$ , que muestra que el individuo es amante al riesgo si la utilidad de su ganancia esperada es mayor que la esperanza de su utilidad monetaria (Figura 2, izquierda).

Existen medidas para detectar el grado de aversión al riesgo, en particular (Mas-Colell *et al.*, 1995) el *coeficiente relativo de aversión al riesgo* se define como,

$$r_R(x, u) = -x \frac{u''(x)}{u'(x)} \quad (5)$$

para una riqueza  $x$  dada y una función de utilidad de Bernoulli  $u(x)$ .

La literatura (Stefani *et al.*, 2016; Pareja y Baena, 2018) define, a través de las funciones de utilidad, expresiones particulares de amantes y aversos al riesgo. Una de las funciones de utilidad más utilizadas es la denominada CRRA por sus siglas en inglés (*Constant Relative Risk Aversion*), definida como,

$$U(X) = \frac{X^{1-\gamma}}{1-\gamma}, \quad \gamma > 0, \gamma \neq 1, \quad (6)$$

al respecto, Stefani *et al.*, (2016) comenta que la función CRRA implica que el sujeto no solo exhibe un valor constante de aversión relativa al riesgo para las ganancias, sino también ante pérdidas de

<sup>5</sup> En la Figura 2 la media teórica  $E(x)$  se expresa con la media muestral  $\bar{x}$ , que por los propósitos del trabajo no es significativo.

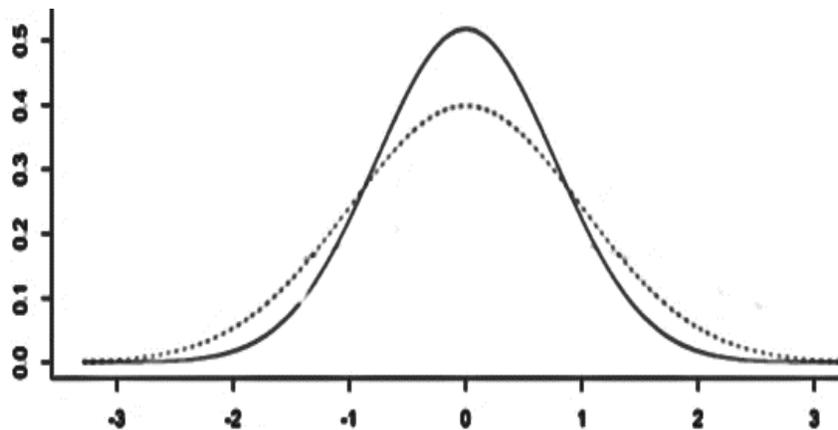
riqueza. De hecho, (6) cumple con,  $r_R(x, u) = \gamma$ , de allí el nombre de función de utilidad con aversión relativa al riesgo constante, en este caso  $\gamma$ .

De igual modo, podemos mostrar funciones de utilidad convexas que representen a individuos amantes al riesgo, por ejemplo,

$$U(X) = \frac{x^\rho}{\rho}, \text{ con } \rho > 1 \tag{7}$$

Por otro lado, en la sección de teoría de juegos incorporamos el concepto de creencias, que no es más que la probabilidad de “creer” que la empresa estable se enfrenta a una empresa riesgosa o no riesgosa. Trabajos previos de información asimétrica con señales consideraban probabilidades subjetivas y objetivas, estas últimas incorporando señales a través de la ley de Bayes. En este trabajo, incorporamos el concepto de incertidumbre o la asimetría de información por parte de la empresa estable, mediante funciones de densidad de probabilidad. Esto lo haremos de dos formas, primero a través de la variabilidad del ingreso respecto al promedio, que es el concepto de varianza, definida como,

$$\sigma^2 = E(X - \mu_X)^2, \text{ donde } \mu_X = E(X). \tag{8}$$



**Figura 3.** Comportamiento de la riqueza, con varianzas distintas.  
Fuente: Elaboración propia.

En principio, se propone la distribución normal para capturar la incertidumbre a través de la varianza, además de que la distribución normal es simétrica. Hay otras como la distribución uniforme que es simétrica, pero por ser la varianza uno los parámetros de la distribución normal y la facilidad que otorga, se decidió trabajar con esta distribución.

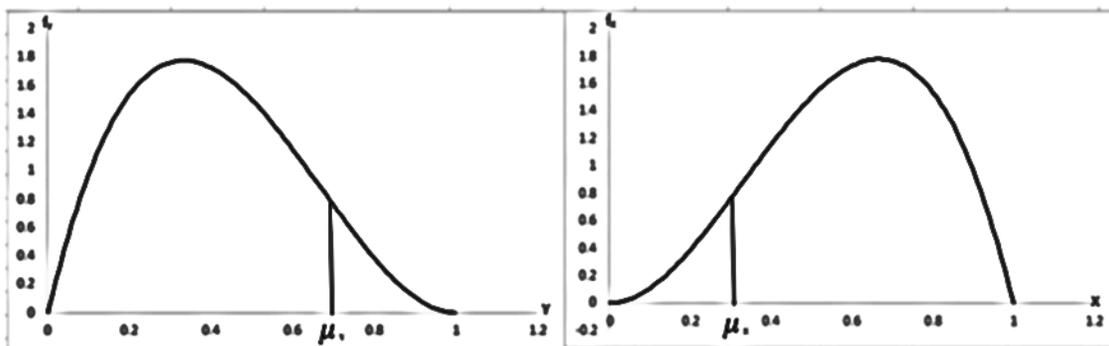
De esta forma, suponga que  $X$  es una variable aleatoria que representa las ganancias de la empresa A, de tal forma que  $X \sim N(\mu_X, \sigma_X^2)$ . Esta distribución de las ganancias de A se representa en la Figura 3 mediante la figura punteada, donde  $\mu_X = 0$ . Análogamente, observe en la misma Figura 3 la distribución de forma sólida,  $Y \sim N(\mu_Y = 0, \sigma_Y^2)$ , donde  $Y$  es la distribución de ganancias para la empresa B. Independientemente que ambas tienen media 0, observe que  $\sigma_X^2 > \sigma_Y^2$ , lo que muestra

que la incertidumbre<sup>6</sup>, medida a través de varianza, de la empresa A es mayor respecto a la incertidumbre de la empresa B. También, podemos decir que la empresa B es más conservadora que la empresa A y prefiere evitar pérdidas y obtener las ganancias promedio con mayor certeza.

Ahora, si una empresa cree que tendrá mucho más pérdidas que ganancias por esta incertidumbre, podemos capturar este hecho por el porcentaje de “veces” que cree el individuo tendrá menos que el promedio, que es mayor al 50%, así, su distribución de creencias por esta incertidumbre es sesgada a la derecha, Figura 4.a. Análogamente, si la empresa cree que tendrá más ganancias que pérdidas por esta incertidumbre, podemos capturar este hecho por el porcentaje de “veces” que cree el individuo tendrá más que el promedio, que es mayor al 50%, es decir, su distribución de creencias por esta incertidumbre es sesgada a la izquierda, Figura 4.b.

Para capturar el sesgo que se menciona en el párrafo anterior, se propone una distribución gama, aunque existen otras como la Pareto, la Weibull, la exponencial, entre otras, que son sesgadas, pero al igual que el caso de la normal, la gama es más manejable e intuitivamente más representativa de acuerdo a sus parámetros. Así, si las ganancias  $z$  siguen una distribución gama, esto es  $z \sim \Gamma(\alpha, \beta)$ , su función de densidad es,

$$f_Z(z) = \frac{z^{1-\alpha}}{\Gamma(\alpha)\beta^\alpha} e^{-\frac{1}{\beta}z}, \text{ con } z > 0, \quad (9)$$

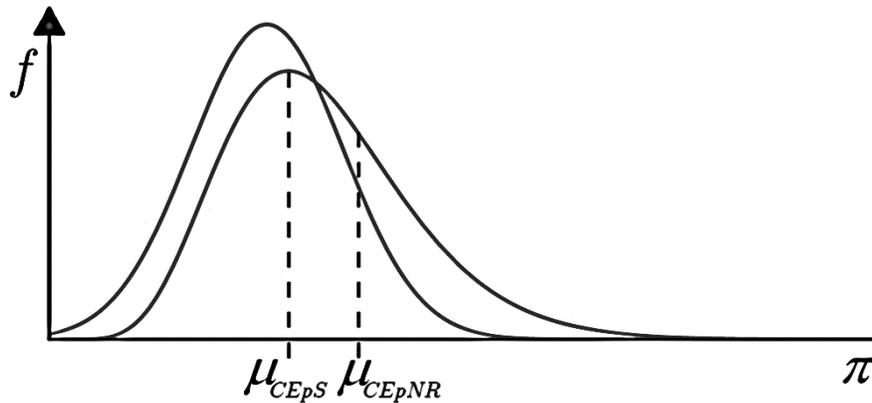


**Figura 4.** Comportamiento sesgado a la derecha (Figura izquierda) y comportamiento sesgado a la izquierda (Figura derecha), debido a la incertidumbre.

Fuente: Elaboración propia.

Adicional, podemos ver la diferencia entre la distribución gama y la distribución normal de la Figura 5, la cual muestra que una empresa amante al riesgo cree que puede alcanzar beneficios por asociar mayores (distribución gama), respecto a los beneficios por asociar de una empresa con un comportamiento averso al riesgo (distribución normal).

<sup>6</sup> Para obtener el ingreso promedio.



**Figura 5.** Comparación entre la distribución normal y gamma.

Fuente: Elaboración propia.

## 4. El modelo

### *Supuestos y la historia*

Ante el problema de la crisis sanitaria, muchas empresas se vieron en banca rota y otras, aunque se mantienen, quizá vayan en descenso. No obstante, existen empresas que se han mantenido en su producción normal y utilizando a la mayoría de sus empleados, lo cual les permitirá salir ilesas por la crisis. Son estas empresas por las que estamos interesados, cuando deciden asociar a las primeras.

La empresa que se mantiene estable durante la pandemia, la denominaremos grande ( $Emp_G = EG$ ) y a la posible asociada, la denominaremos como empresa pequeña ( $Emp_p = EP$ ) o similar<sup>7</sup>. El objetivo de esta asociación por parte de la empresa grande se puede ver de diferentes formas, tener una ganancia económica por la asociación, seguirse manteniendo estable después de la pandemia o ampliar su mercado. Una opción más, es ahorrar insumos o espacios que le generaban pérdidas, como sustenta Andrade (2019) que analiza a una empresa con problemas de sub-explotación de capital físico y variable y que le generaba pérdidas, por lo que considera incorporar a una proveedora.

El problema surge cuando la empresa grande no pueda distinguir las finanzas de la empresa que va a asociar. Esta información asimétrica, implica que la empresa grande haga una diferenciación respecto a la empresa que asociará. La sugerencia en este trabajo, es hacer una diferenciación de las empresas pequeñas de acuerdo a sus finanzas, esto es, catalogar a las empresas en números rojos o en finanzas sanas. De manera formal, los tipos de empresa pequeñas los definimos como,

Tipo 1) Empresa pequeñas sanas (EpS),

Tipo 2) Empresa pequeñas con número rojos (EpNR).

Por su parte, las estrategias de la empresa grande son,

---

<sup>7</sup> Independientemente que sea similar, se está pensando en una empresa seguidora respecto a la que está establecida considerada como líder, es decir, un comportamiento a lo Stackelberg.

- i) Asociar a la pequeña empresa (A) y,
- ii) No asociar a la pequeña empresa (NA).

*Beneficios incorporando el riesgo por el tipo de empresas pequeñas*

A pesar de los posibles beneficios que ya mencionamos, asociar a la empresa pequeña conlleva un riesgo que hay que considerar. Esto es, tanto la asociación como la crisis derivada de la pandemia podrían desestabilizar las finanzas de la empresa grande, por lo que habría que analizar a detalle tal asociación. Con base en esto, la empresa grande tendría que tener un trato diferente para cada tipo de empresa pequeña, que desearía asociar. Estos tratos, deducen acuerdos para cada tipo de empresas pequeñas, que se reflejan en los beneficios de la empresa grande.

Así, si la asociación se prefiere con la empresa pequeña tipo 1, este comportamiento muestra a una empresa grande precavida, que de acuerdo los conceptos de aversión al riesgo mostrados en la Figura (2) y la expresión (6), tenemos que,

$$U_{EG} = \frac{\Pi_{CEpS}^{1-\theta}}{1-\theta}, \text{ con } 0 < \theta < 1, \quad (10)$$

donde,  $\Pi_{CEpS}$  es el beneficio en conjunto cuando asocia a la empresa pequeña tipo 1. Ahora si la empresa grande cree que la asociación será con una empresa pequeña en números rojos, asociarla la convertiría en una empresa amante al riesgo, que análogamente por la metodología citada, su utilidad es,

$$U_{EG} = \frac{\Pi_{CEpNR}^{\gamma}}{\gamma}, \text{ con } \gamma > 1, \quad (11)$$

Donde  $\Pi_{CEpNR}$  es el beneficio en conjunto con la empresa pequeña en números rojos.

También, consideraremos utilidades cuadráticas siempre y cuando cumplan con el concepto de aversión al riesgo (concauidad) y con el concepto de amante al riesgo (convexidad). Esto es, respecto al comportamiento averso al riesgo,

$$U_{EG} = a + b\Pi_{CEpS} + c\Pi_{CEpS}^2, \text{ con } c < 0, \quad (12)$$

por su parte para el comportamiento amante al riesgo,

$$U_{EG} = d + e\Pi_{CEpNR} + f\Pi_{CEpNR}^2, \text{ con } f > 0, \quad (13)$$

*Beneficios incorporando la incertidumbre del tipo de empresas pequeñas*

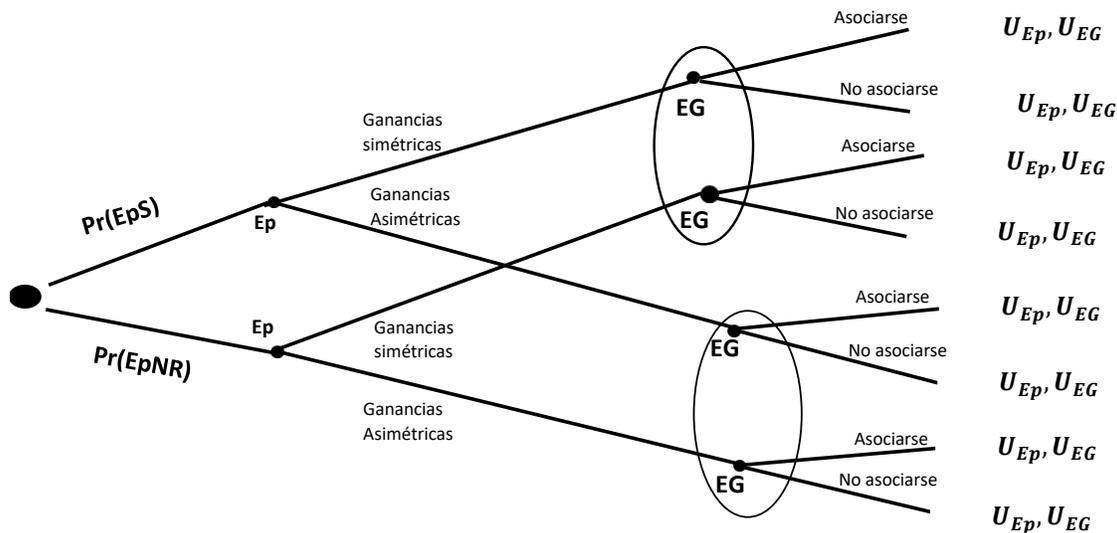
Definida la conducta de riesgo, la empresa se enfrenta a una incertidumbre que representa la información asimétrica de no saber qué tipo de empresa va a asociar. Esta incertidumbre la mediremos a través de la probabilidad de alcanzar estos beneficios en conjunto.

La metodología para medir esta incertidumbre se explicó en el apartado anterior, analizamos esta incertidumbre a través de varianzas y distribuciones simétricas (normales) y sesgadas (gama), esto es,

- i) Si la asociación es con la empresa pequeña sana, entonces los beneficios en conjunto ( $\Pi_{CEpS}$ ) tendrán un comportamiento normal, a saber,  $\Pi_{CEpS} \sim N(\mu, \sigma_{CEpS}^2)$ ,
- ii) Si la asociación es con la empresa pequeña con números rojos, entonces los beneficios en conjunto ( $\Pi_{CEpNR}$ ) son asimétricos, lo cual siguiere que se comportan como una distribución gama, a saber,  $\Pi_{CEpNR} \sim \Gamma(\alpha, \beta)$

La comparación de los beneficios de ambos casos se muestra en la Figura 5, aunado a que se considera que  $\sigma_{CEpS}^2 < \sigma_{CEpNR}^2$ .

De acuerdo a esta incertidumbre, la empresa grande podría asociar a una empresa pequeña en números rojos, pensando que ésta es de finanzas sanas, equivocación que podría trasladarse en una perdida. Es decir, las ganancias en conjunto no podrían darse como la empresa grande lo espera, y en caso de que se realicen estas ganancias, la empresa grande podría dar una repartición mayor a esta empresa pequeña que se está considerando como sana. Lo mismo ocurre cuando la empresa grande “trata” a la pequeña como una empresa en números rojos, es decir, cuando trata a una empresa sana como de números rojos, puede decidir no asociarla y perderse la oportunidad de tener una ganancia en conjunto significativa.



**Figura 6.** Escenario del juego asimétrico bajo señalización.

Fuente: Elaboración propia.

Para no errar, la empresa grande pide señales a la pequeña. Las señales que se consideran es que la empresa pequeña podría asegurar que los beneficios en conjunto por esta asociación son simétricos o no. Esto se observa en la Figura 6, en dónde al principio la empresa pequeña solo conoce su tipo, y a continuación la empresa grande sabe si la asociación de la pequeña provocara ganancias simétricas en conjunto o no; después de la señal, la empresa grande decide si asociar o no asociar, en donde no reconoce a qué tipo de empresa pequeña se enfrenta, de aquí los nodos en la Figura 6.

Ahora, la ganancia esperada cuando la empresa grande asocia es,

$$\begin{aligned} E(U_{EG}(asociar)) &= E(U_{EG}(asociar, EPS)) + E(U_{EG}(asociar, EPNR)) \\ &= \frac{1}{1-\theta} E(\Pi_{CEPS}^{1-\theta}) + \frac{1}{\gamma} E(\Pi_{CEPNR}^{\gamma}), \end{aligned}$$

y por no asociar es,

$$E(U_{EG}(No asociar)) = \Pi_{NASO}$$

El hecho de no asociar no implica considerar comportamientos aversos o amantes al riesgo, donde  $\Pi_{NASO}$  son los beneficios que ya tenía la empresa grande, y que no requieren asociación. De esta forma, la mejor estrategia de la empresa grande es asociar si y solo si,

$$\frac{1}{1-\theta} E(\Pi_{CEPS}^{1-\theta}) + \frac{1}{\gamma} E(\Pi_{CEPNR}^{\gamma}) > \Pi_{NASO} \quad (14)$$

lo cual deriva el siguiente resultado,

*Teorema 1:* Dada la asimetría de información por parte de la empresa grande, entonces asociarse con una empresa pequeña en número rojos es redituable, si y solo si, las ganancias promedio y en conjunto por anexar a una empresa de finanzas sanas sea más baja que las ganancias sin asociar.

*Prueba:* Si en la expresión (14) hacemos  $\theta = 0$  y  $\gamma = 1$ , lo cual implica que la empresa grande considere funciones lineales tanto para el caso de amante al riesgo como averso al riesgo, entonces,

$$E(\Pi_{CEPS}) + E(\Pi_{CEPNR}) > \Pi_{NASO},$$

lo cual nos queda,

$$E(\Pi_{CEPNR}) > \Pi_{NASO} - E(\Pi_{CEPS}) \quad (15),$$

entonces, el factor:  $\Pi_{NASO} - E(\Pi_{CEPS})$  es positivo sólo si, las ganancias en conjunto de la empresa grande con la empresa pequeña y sana en promedio son negativas, lo cual descartamos, si no, no tendría caso asociarse.

El caso más realista es cuando el factor,

$$\Pi_{NASO} - E(\Pi_{CEPS}) \text{ es positivo sólo si,}$$

las ganancias promedio en conjunto de la empresa grande con la empresa pequeña y sana, son menores que las ganancias sin asociar,  $\Pi_{NASO}$  (Figura 6). QED

Del teorema anterior, se deduce que  $E(\Pi_{CEpNR}) > 0$ , lo cual es lógico por la distribución de estas ganancias en conjunto,  $\Pi_{CEpNR}$ . Lo interesante del teorema, es que a partir de (15) se deduce una cota que deben cumplir las ganancias promedio con la empresa pequeña en números rojos, para poder anexarla.

Para otros parámetros de  $\theta > 0$ , no habría una forma cerrada para deducir una cota de los beneficios en conjunto. No obstante, para deducir resultados más cerrados que se relacionan a las distribuciones normal y gama, consideremos las expresiones cuadráticas aversos y amantes al riesgo (12) y (13), respectivamente. Así,

$$\begin{aligned} E(U_{EG}(asociar)) &= E(U_{EG}(asociar, EPS)) + E(U_{EG}(asociar, EPNR)) \\ &= a + bE(\Pi_{CEpS}) + cE(\Pi_{CEpS}^2) + d + eE(\Pi_{CEpNR}) + fE(\Pi_{CEpNR}^2) \\ &= a + d + bE(\Pi_{CEpS}) + cE(\sigma_{CEpS}^2 + E^2(\Pi_{CEpS})) + d + eE(\Pi_{CEpNR}) + fE(\sigma_{CEpNR}^2 + E^2(\Pi_{CEpNR})) \end{aligned}$$

donde se utilizó la expresión,  $Var(x) = \sigma_x^2 = E(X^2) - E^2(X)$ . Ahora, note de la Figura 5 que, si la apuesta es por asociarse con una empresa en números rojos, es porque espera tener unas ganancias promedio en conjunto mayores que las ganancias promedio en conjunto con la empresa con finanzas sanas. No obstante, es lógico que la incertidumbre de obtenerlos será mayor respecto a la incertidumbre de asociarse con las empresas sanas, esta es la razón principal de definirse como amante al riesgo, de aquí que se cumpla,

- a)  $\mu_{CEpNR} > \mu_{CEpS}$ ,
- b)  $\sigma_{CEpNR}^2 > \sigma_{CEpS}^2$ ,

donde se considera que  $E(X) = \mu_X$ .

A partir de a) y b), tenemos,

$$\mu_{CEpNR} = K\mu_{CEpS}, \sigma_{CEpNR}^2 = K\sigma_{CEpS}^2, \mu_{CEpNR}^2 = K\mu_{CEpS}^2, \text{ con } K > 0$$

de esta forma,

$$\begin{aligned} E(U_{EG}(asociar)) &= a + d + b\mu_{CEpS} + eK\mu_{CEpS} + cE(\sigma_{CEpS}^2 + \mu_{CEpS}^2) + fE(K\sigma_{CEpS}^2 + K\mu_{CEpS}^2) = \\ &= a + d + (c + eK)\mu_{CEpS} + (c + fK)\sigma_{CEpS}^2 + (c + fK)\mu_{CEpS}^2 \end{aligned}$$

finalmente,

$$E(U_{EG}(asociar)) = a + d + (b + eK)\mu_{CEpS} + (c + fK)(\sigma_{CEpS}^2 + \mu_{CEpS}^2) \quad (16)$$

de esta forma tenemos el siguiente resultado,

*Teorema 2.* Dada la información asimétrica y los comportamientos de riesgos de forma cuadráticas (12) y (13), entonces es más redituable para la empresa grande asociar, si y solo si, su intensidad de aversión al riesgo es mayor que su intensidad de amante al riesgo.

*Prueba*

Por el hecho que sea más redituable asociar, tenemos a partir de (16) que,

$$E(U_{EG}(asociar)) = a + d + (b + eK)\mu_{CEPS} + (c + fK)(\sigma_{CEPS}^2 + \mu_{CEPS}^2) > E(U_{EG}(No asociar)) \\ = \Pi_{NASO}$$

podemos eliminar las constantes  $a$  y  $d$  sin pérdida de generalidad, y entonces nos queda,

$$(b + eK)\mu_{CEPS} + (c + fK)(\sigma_{CEPS}^2 + \mu_{CEPS}^2) > \Pi_{NASO},$$

despejando,

$$(b + eK)\mu_{CEPS} > \Pi_{NASO} - (c + fK)(\sigma_{CEPS}^2 + \mu_{CEPS}^2),$$

finalmente,

$$\mu_{CEPS} > \Pi_{NASO} - (c + fK)E(\Pi_{CEPS}^2), \quad (17)$$

el cual se cumple salvo por la constante  $(b + eK)$  que está dividiendo al segundo término de la expresión (17), además la desigualdad no cambia, ya que  $b$  y  $e$  son positivos por la insaciabilidad que tiene tanto el individuo averso al riesgo como el amante al riesgo.

De (17) tenemos que el segundo término es positivo si y solo si<sup>8</sup>:

- i)  $(c + fK)E(\Pi_{CEPS}^2) < 0$ , o,
- ii)  $\Pi_{NASO} > (c + fK)E(\Pi_{CEPS}^2)$ ,

de (i) y como  $E(\Pi_{CEPS}^2) > 0$ , tenemos,

$$fK < -c, \text{ pero como } c < 0, \\ fK < |c|,$$

y como  $f < fK$ , ya que  $K > 1$ , entonces,  $f < |c|$ .

Lo que muestra que la empresa grande es más precavida que arriesgada, es decir, más aversa que amante. QED.

---

<sup>8</sup> y es positivo porque por default y la historia del modelo, las ganancias por no asociar  $\Pi_{NASO}$  es positivo, ya que la historia dice que a la empresa grande no ha caído en pérdidas.

Adicional al resultado y a partir del inciso (ii) podemos encontrar una cota para el comportamiento de amante al riesgo, esto es, de (ii) tenemos que,

$$fK < \frac{\Pi_{NAso}}{E(\Pi_{CEPS}^2)} - c,$$

y por el hecho de que  $K > 1$ ,

$$f < \frac{\Pi_{NAso}}{E(\Pi_{CEPS}^2)} - c, \quad (18)$$

el segundo término  $\frac{\Pi_{NAso}}{E(\Pi_{CEPS}^2)} - c$  es positivo por el hecho de que  $c < 0$ . De esta forma, (18) muestra una cota para la intensidad de amante al riesgo.

Finalmente, el teorema 1 podemos interpretarlo como una condición por asociar en términos de beneficios y el teorema 2, una condición por asociar en términos de precaución.

## 5. Discusión

Se analizó un escenario de integración y asociación de empresas, en el sentido de ver cuando es redituable tanto en beneficios como en precauciones asociar a una empresa. Análisis de integración aplicada se han utilizado en diferentes rubros, los cuales mencionamos a continuación.

En la industria petrolera, Edwards y Thompson (2000) analizan la rentabilidad, a partir de la integración, de las compañías petroleras con empresas especializadas en oleoductos y petróleo crudo; los autores observan que la integración en las tuberías tiene un efecto positivo débil en las calificaciones bursátiles de las compañías petroleras, y la integración con las empresas dedicadas al petróleo crudo, tiene un efecto positivo más fuerte. Por su parte, Schweizer (2005) analiza cómo se integra una empresa de biotecnología en una empresa farmacéutica que busca acceder a los conocimientos, tecnologías y capacidades innovadoras de la empresa de biotecnología. Concluyendo que, dada la complejidad y la naturaleza multifacética de las fusiones y adquisiciones, las compañías farmacéuticas deben aplicar un enfoque híbrido de integración posterior a la adquisición tanto a corto como a largo plazo. Finalmente, Kim (2020) a través de un análisis sobre la industria cinematográfica de Corea revela que el crecimiento de la cuota de mercado de los distribuidores no integrados se asocia positivamente con el éxito de la película; añadiendo que una mayor cantidad de participación en el mercado de las empresas integradas se asocia negativamente con los resultados de la película. Concluye que, la integración vertical en la industria del cine debe reevaluarse no solo desde la perspectiva de la equidad, sino también desde la perspectiva de la eficiencia y la formulación de políticas.

Por su parte, Bhuyan (2002) argumenta que, si bien uno de los beneficios percibidos de la integración vertical de la propiedad es la mejora de la rentabilidad de la empresa integrada, los empíricos ignoran este problema. Además, Bhuyan (2002) añade que las pérdidas pueden deberse al fracaso de las fusiones verticales para crear ventajas diferenciales, como el ahorro de costos, para la empresa integrada. Lo anterior, justifica en nuestro trabajo las condiciones requeridas para esta integración.

Respecto a las condiciones del teorema 2, Campo, *et al.* (2011), consideran restricciones paramétricas y un estimador semiparamétrico para evaluar la aversión al riesgo y la distribución de valores privados. El método se aplica en las ventas de madera del Servicio Forestal de Estados Unidos, rechazan la neutralidad al riesgo de los licitadores.

Por otra parte, la literatura ha analizado los acuerdos hacia diferentes tipos de jugadores, para construir los pagos de la parte desinformada. Por ejemplo, Spence (1973) aplica un modelo de información incompleta de la empresa hacia los trabajadores, en donde los clasifica como calificados y no calificados. A partir de construir pagos de acuerdo con el tipo de trabajadores, Spence (1973) llega a umbrales específicos para determinar cuándo contratar a un trabajador independientemente de su capacidad y cuando no hacerlo. Por su parte, Andrade (2019) muestra el dilema de una empresa por anexar a una proveedora, construyendo pagos acordes al tipo de proveedora, esto es, si la empresa detecta a una proveedora con finanzas sanas, la trata como socia y otorga una proporción de los beneficios derivados de esta integración, pero si la empresa tiene un conocimiento incierto sobre la proveedora, la liquida totalmente, implicando un cambio rotundo de sus beneficios.

## 6. Conclusión

Se realizó un análisis mediante teoría de juegos y utilidad esperada, para evaluar la respuesta de las empresas estables, cuando deciden ayudar a las empresas que pudieran tener problemas financieros debido a la pandemia COVID-19. La ayuda es a través de una asociación entre empresas, no obstante, la empresa que opta por asociar tiene incertidumbre respecto al tipo de empresa que asociará, por lo que considera el riesgo de las ganancias obtenidas por esta asociación. Los resultados muestran que las condiciones por asociar difieren cuando se consideran objetivos económicos y objetivos de precaución por asociar.

Con base en la distinción de los conceptos de riesgo e incertidumbre, el trabajo recomienda tomar todas las precauciones posibles para esta asociación. Si bien el trabajo considera el problema de la pandemia para introducirlo en las decisiones de la empresa, lo cual deduce en condiciones precautorias, el análisis solo permite dar una sugerencia teórica para decir cuando apoyar o no hacerlo y tomar las condiciones económicas y precautorias posibles para ello. De esta forma, y a partir de la información de ganancias que se modificaron por la pandemia y datos de ganancias de las empresas cuando se asocian, se puede llevar a cabo la aplicación del modelo para representar situaciones realistas, incluso considerando modelos estocásticos. Finalmente, el trabajo solo sugiere dos casos extremos de empresa, sana y en números rojos, se podría considerar una escala continua o umbrales, que definan la salud financiera de las empresas, análisis que dejamos para futuros trabajos.

## Referencias

- [1] Alfaro, L., Conconi, P., Fadinger, H., y Newman, A. (2016). Do Prices Determine Vertical Integration? *The Review of Economic Studies*, vol. 83, núm. 296, pp. 855-888.

- [2] Allain, M., Chambolle, C., y Rey, P. (2016). Vertical Integration as a Source of Hold-up. *The Review of Economic Studies*, vol. 83, núm. 294, pp. 1-25.
- [3] Andrade, L. (2019). ¿Adquirir o integrar al proveedor? El dilema de una empresa: Un modelo de teoría de juegos aplicado. *Revista Internacional de Tecnología, Ciencia y sociedad*, vol. 7, núm. 2, pp. 89-98. <https://doi.org/10.37467/gka-revtechno.v7.1980>.
- [4] Bernoulli, D. (1738). Exposition of a New Theory on the Measurement of Risk. *Reprinted en Econometrica*, vol. 22, num. 1, pp. 22-36. <http://dx.doi.org/10.2307/1909829>.
- [5] Bhuyan, S. (2002). Impact of Vertical Mergers on Industry Profitability: An Empirical Evaluation. *Review of Industrial Organization*, vol. 20, núm. 1, pp. 61-79. <http://dx.doi.org/10.1023/A:1013310929902>.
- [6] Cáceres, F. (2020). *COVID-19 y el futuro de las empresas. El comercio*. Recuperado de <https://elcomercio.pe/opinion/columnistas/covid-19-y-el-futuro-de-las-empresas-por-fernando-caceres-noticia/>
- [7] Campo, S., Guerre, E., Perrigne, I. y Vuong, Q. (2011). Estimación semiparamétrica de subastas de primer precio con licitaciones con aversión al riesgo. *Revista de estudios económicos*, vol. 78, núm. 1, pp. 112-147
- [8] Campos, I. (1998). Fobaproa: Un gigante paraestatal. *Problemas Del Desarrollo*, vol. 29, núm. 114, pp. 199-205.
- [9] Capiński M., y Kopp E. (2015). Teoría de cartera y gestión de riesgos. UK, Cambridge University Press.
- [10] Carbó, S., Rodríguez, F., y Udell, G. (2016). Trade Credit, the Financial Crisis, and SME Access to Finance. *Journal of Money, Credit and Banking*, vol. 48, núm. 1, pp. 113-143. <http://dx.doi:10.1111/jmcb.12292>
- [11] Connelly, B., Trevis, C., Duane, I., y Reutzler, C., (2011). Signaling Theory: A Review and Assessment. *Journal of Management*. vol. 37, núm. 1, pp. 39-67. <http://dx.doi/10.1177/0149206310388419>
- [12] Dixit, A., y Pindyck, R. (2012). Inversión bajo incertidumbre. New Jersey, Princeton University Press.
- [13] Eckel, C., y Grossman, P. (2008). Pronosticar actitudes de riesgo: un estudio experimental que utiliza elecciones de juego reales y pronosticadas. *Revista de comportamiento económico y organizacional*, vol. 68, núm. 1, pp. 1-17
- [14] Edwards, K., Jackson, J., y Thompson, H. (2000). A Note on Vertical Integration and Stock Ratings of Oil Companies in the U.S. *The Energy Journal*, vol. 21, núm. 2, pp. 145-151
- [15] Geli J., y Quilis E. (2019). Un análisis de teoría de juegos del sistema de financiación regional español. *Revista Española de Investigaciones Sociales*, vol. 166, núm. 1, pp. 85-106 <http://dx.doi:10.5477/cis/reis.166.85>
- [16] Harsanyi, J. (1967) Games with Incomplete Information Played by Bayesian Players. *Management Science*, vol. 14, núm. 3, pp. 127-261. <https://doi.org/10.1287/mnsc.14.3.159>
- [17] Harrison, G., Lau, M., Rutström, E. y Sullivan, M. (2004). Licitar preferencias de riesgo y tiempo utilizando experimentos de campo: algunos temas metodológicos. *Economía experimental*, vol. 10, núm. 1, pp. 125-218
- [18] Harrison, G., y Rutström, E. (2009). Teoría de la utilidad esperada y teoría de la perspectiva: una boda y un funeral decente. *Economía experimental*, vol. 12, núm. 2, pp. 133-158
- [19] Harrison, G., Martínez, C., y Swarthout, J. (2014). Obtener probabilidades subjetivas con loterías binarias. *Revista de comportamiento económico y organizacional*, vol. 101, núm. 1, pp. 128-140
- [20] Hernández, G. (2020). Créditos a la Palabra: cómo verificar si soy beneficiario del apoyo del Gobierno. AS México. Recuperado el 12 de mayo 2020, de [https://mexico.as.com/mexico/2020/05/12/tikitakas/1589311746\\_596011.html](https://mexico.as.com/mexico/2020/05/12/tikitakas/1589311746_596011.html)
- [21] Kreps, M. (1990). Games Theory and Economic Modelling. U.S.A, Oxford. <https://doi.org/10.1093/0198283814.001.0001>.
- [22] Kim, M. (2020). Does Vertical Integration of Distributors and Theaters Ensure Movie Success? Evidence from the Korean Film Industry. *Journal of Asian Sociology*, vol. 49, núm. 1, pp. 99-120. <https://doi.org/10.2307/26909867>

- [23] Lafontaine, F., y Slade, M. (2007). Vertical Integration and Firm Boundaries: The Evidence. *Journal of Economic Literature*, vol. 45, núm. 3, pp. 629-685. <https://doi.org/10.1257/jel.45.3.629>
- [24] Lang, K., Jee-Yeon, L., (2012). Racial Discrimination in the Labor Market: Theory and Empirics. *Journal of Economic Literature*, vol. 50, núm. 4, pp. 959-1006. <https://doi.org/10.1257/JEL.50.4.959>
- [25] Mas-Colell, A., Whinston M., y Green, J. (1995). *Microeconomic Theory*. New York, Oxford University Press.
- [26] Matsushima, N. (2009). Vertical Mergers and Product Differentiation. *The Journal of Industrial Economics*, vol. 57, núm. 4, pp. 812-834. <http://dx.doi.org/10.1111/j.1467-6451.2009.00402.x>
- [27] Meyer, D., y Meyer, J. (2005). Aversión al riesgo relativo: ¿qué sabemos?. *Revista de Riesgo e Incertidumbre*, vol. 31, núm. 3, pp. 243-262
- [28] Murrieta, M., Baño, M., y Lavayen M. (2017). Aplicación de la teoría de juegos en la sostenibilidad de las empresas, *Espacios*, vol. 38, num. 53, 8-19.
- [29] Naya, J. (2014). Sustentabilidad de las fusiones, asimetrías de información y estrategias de las empresas no fusionadas. *El Trimestre Económico*, vol. 81, núm. 1, pp. 227-240. <https://doi.org/10.20430/ete.v81i321.113>
- [30] Osborne, M. (2004). *An introduction to game Theory*. New York, Oxford. <https://doi.org/10.5860/choice.32-2791>
- [31] Pareja J., y Baena, J. (2018). Estimación del índice de aversión al riesgo utilizando la función CRRA (Constant Relative Risk Aversion) mediante un diseño experimental. *Revista Espacios*, 39( 13), 29-44.
- [32] Passarelli, F. (1996). Vertical integration and technological spillovers. *Giornale Degli Economisti E Annali Di Economia*, vol. 55, núm. 4, pp. 537-548.
- [33] Peña J. (2018). Uso de información de monitoreo y evaluación (M&E) de políticas públicas para la toma de decisiones: un enfoque desde la teoría de juegos. *Gestión y Política Pública*, vol. 27, núm. 1, pp. 39-77. <https://doi.org/10.7920/18>
- [34] Riascos, V. (2016). Juegos de información incompleta. Universidad de los Andes. recuperado de, <http://www.alvaroriascos.com/teoriajuegos/Notas%204%20Juegos%20de%20Informacion%20Incompleta.pdf>
- [35] Reisinger, M., y Tarantino, E. (2015). Vertical integration, foreclosure, and productive efficiency. *The RAND Journal of Economics*, vol. 46, núm. 3, pp. 461-479. <https://doi.org/10.1111/1756-2171.12093>
- [36] Roth, A., Wilson, R. (2019). How Market Design Emerged from Game Theory: A Mutual Interview. *The Journal of Economic Perspectives*, vol. 33, núm. 3, pp. 118-143. <https://doi.org/10.1257/jep.33.3.118>
- [37] Schweizer, L. (2005). Organizational Integration of Acquired Biotechnology Companies into Pharmaceutical Companies: The Need for a Hybrid Approach. *The Academy of Management Journal*, vol. 48, núm. 6, pp. 1051-1074. <https://doi.org/10.2307/20159729>
- [38] Shaban, M., Duygun, M. y Fry, J. (2016) SME's lending and Islamic finance. Is it a “win-win” situation?. *Economic Modelling*, vol. 55, núm. 1, pp. 1-5. <https://doi.org/10.1016/j.econmod.2016.01.029>
- [39] Spence, M (1973). Job-Market Signaling. *Quarterly Journal of Economics*, vol. 87, núm. 3, pp. 355-374. <https://doi.org/10.2307/1882010>
- [40] Stefani, Ch. E., Milanesi, G., y Pesce, G. (2016). Funciones de utilidad y estimación de la aversión al riesgo: revisión de la literatura. *Escritos Contables y de Administración*, vol. 7, núm. 2, pp. 97- 118.
- [41] Todd, M., Neubaum, D., y Meyskens, M. (2015). The Effect of Virtuous and Entrepreneurial Orientations on Microfinance Lending and Repayment: A Signaling Theory Perspective. *Entrepreneurship Theory and Practice*. vol. 39, núm. 1, pp 27-52. <https://doi.org/10.1111/ETAP.12110>
- [42] von Neumann, J y Morgenstern O. (1944). *The Theory of Games and Economic Behavior*. New Jersey, Princeton University Press. [https://doi.org/10.1007/978-1-84800-058-2\\_2](https://doi.org/10.1007/978-1-84800-058-2_2)
- [43] Yu, B., Pang, W., Troutt, M. y Hou, S. (2009). Comparaciones objetivas de las
- [44] carteras óptimas correspondientes a diferentes funciones de utilidad. *Revista Europea de Investigación Operativa*, vol. 199, núm. 2, pp. 604-610.