

Construcción de portafolios de inversión usando el enfoque de paridad de riesgo

Carlos Andres Zapata Quimbayo¹ ✉ - Universidad Externado de Colombia, Colombia
Robinson Alexander Garcia Gaona - Universidad Minuto de Dios, Colombia

Resumen

Este trabajo propone una metodología para aplicar el enfoque de paridad de riesgo (PR) como una alternativa al enfoque tradicional media-varianza (MV) de Markowitz. Para ello, se exploran los fundamentos del enfoque de PR, basado en la noción de contribución al riesgo, donde se busca que cada activo contribuya de manera igualitaria al riesgo total del portafolio, garantizando así una diversificación óptima del portafolio de inversión. Este enfoque se contrasta con el modelo MV, cuyo rendimiento se ve afectado por problemas de concentración y errores en la estimación de los parámetros, que pueden llevar a un riesgo excesivo. Para llevar a cabo su implementación, se construyen dos portafolios diferentes: uno en el mercado de valores estadounidense y otro internacional que incluye este mercado desarrollado y emergentes, como México y Brasil. Además, se utilizan métricas de concentración, como el índice de Herfindahl-Hirschman (HHI), para demostrar que los portafolios basados en PR son más consistentes y requieren menos rebalanceo. Finalmente, se señalan algunas limitaciones del enfoque PR y recomendaciones para su implementación.

Clasificación JEL: C61, D81, G11.

Palabras clave: portafolio óptimo, paridad de riesgo, diversificación.

Building Investment Portfolios Using the Risk Parity Approach

Abstract

This paper proposes a methodology for applying the Risk Parity (RP) approach as an alternative to the traditional Markowitz Mean-Variance (MV) approach. To do that, we explore fundamentals of the RP approach, which is based on the notion of risk contribution, where each asset is expected to contribute equally to the overall risk of the portfolio, thereby ensuring optimal diversification from a risk perspective. This approach contrasts with the MV model, which is susceptible to concentration issues and errors in parameter estimation, which can result in an over-exposure to risk. To demonstrate the implementation of this approach, two portfolios are constructed: one based on the U.S. stock market and another that includes both the developed market and emerging markets, such as Mexico and Brazil. In addition, concentration measures such as the Herfindahl-Hirschman Index (HHI) are used to show that the PR-based portfolios are more consistent and require less rebalancing. Finally, the limitations of the PR approach and recommendations for its implementation are outlined.

JEL Classification: C61, D81, G11.

Keywords: optimal portfolio, risk parity, diversification.

¹ Autor de correspondencia. Email: cazapata25@gmail.com

*Sin fuente de financiamiento para el desarrollo de la investigación



1. Introducción

El modelo media-varianza (MV) de Markowitz (1952) sigue siendo relevante para la construcción de portafolios diversificados, pero presenta limitaciones prácticas que han llevado al desarrollo de enfoques alternativos, algunos de ellos basados en métodos heurísticos de optimización (DeMiguel et al., 2009; Castro-Pérez y Medina-Reyes, 2021; Jiménez-Preciado et al., 2022), entre ellos el enfoque de paridad de riesgo (PR) (Qian, 2005; Qian, 2011; Maillard et al., 2010; Roncalli y Weisang, 2015). El enfoque de PR introducido por Qian (2005) y ampliado por Roncalli (2014), Roncalli y Weisang (2015) y Bruder et al. (2022), surge como una alternativa al modelo MV al generar soluciones mucho más diversificadas. El propósito de estos métodos heurísticos es superar problemas de baja diversificación y bajo desempeño asociados con el modelo MV, ya que la alta sensibilidad a los parámetros históricos puede afectar la diversificación de los portafolios de inversión, como fue señalado por Michaud (1989, 1998) y Black y Litterman (1992), entre otros.

En este contexto, al considerar la contribución de cada activo al riesgo total del portafolio, el enfoque de PR busca que cada activo o clase de activo tenga una contribución equitativa (o igualitaria) al riesgo del portafolio. Para ello, la PR se basa en la noción básica de contribución al riesgo (CR). Así, la PR forma parte de los métodos heurísticos para la optimización de portafolios² (Maillard et al., 2010; Roncalli, 2014; Roncalli y Weisang, 2015). De igual forma, el enfoque de paridad de riesgo (PR) también se puede considerar como una asignación de riesgos, como indican Maillard et al. (2010) y Roncalli (2014). Este método descompone el riesgo en componentes sistemáticos e idiosincráticos, facilitando una asignación de riesgos más precisa. Como resultado, la PR mejora la diversificación del portafolio, reduce la dependencia de las estimaciones de retorno y covarianza y, mejora el desempeño general del portafolio.

La literatura sobre el enfoque de PR ha crecido notablemente en esta última década. Luego del trabajo pionero de Qian (2005), Maillard et al. (2010) ofrecieron soluciones numéricas para construir portafolios de PR. Roncalli y Weisang (2015) optimizaron estos portafolios mediante la presupuestación de factores de riesgo o *risk budgeting*, y Feng y Palomar (2015) formularon un algoritmo secuencial convexo como una aproximación de primer orden al problema de PR no convexo original. Lohre et al. (2012) analizaron riesgos no correlacionados en el S&P 500 mediante análisis de componentes principales (PCA, por sus siglas en inglés), proponiendo un método de portafolios más diversificados basados en la contribución de componentes principales al riesgo total. De igual forma, Fabozzi et al. (2021) desarrollaron varias aplicaciones que destacan su ventaja frente al modelo MV.

Las extensiones del enfoque PR incluyen los trabajos de Bruder et al. (2022), quienes incorporaron la asimetría en lugar de la volatilidad; Bellini et al. (2021), quienes usaron expectiles para la PR; y Costa y Kwon (2020), quienes mejoraron la PR con técnicas de minimización de error para la estimación de los retornos utilizando conjuntos de incertidumbre elipsoidales. De igual forma, se encuentran extensiones basadas en estrategias de inversión en Chakravorty et al. (2019) y Lee y

² Aunque se encuentran métodos heurísticos diferentes a la PR. Ver Garlappi et al. (2007), DeMiguel et al. (2009) y Jiménez-Preciado et al. (2022), para más detalles.

Sohn (2023). Lee y Sohn (2023) usaron factores de estilo, mientras que Chakravorty et al. (2019) diseñaron estrategias de inversión activas a partir de esquemas de *risk budgeting*.

Este artículo revisa los avances en el enfoque de paridad de riesgo (PR) y propone un esquema sencillo para aplicarlo a portafolios con diferentes características. Se implementa el modelo PR para: i) un portafolio con activos del mercado estadounidense, utilizando el índice *Dow Jones Industrial Average* (DJIA) como referencia, y ii) un portafolio internacional que incluye los índices DJIA (EE.UU.), MXX (México) y BVSP (Brasil). Se comparan los resultados de PR con el modelo MV de Markowitz en términos de retorno esperado, volatilidad y coeficiente de Sharpe. Además, se analizan las concentraciones de los portafolios mediante el índice HHI.

El artículo se organiza en cinco secciones. La segunda sección presenta los desarrollos del modelo MV para construir portafolios óptimos. La tercera sección introduce el enfoque PR, detallando sus fundamentos y formulaciones. En la cuarta sección, se implementan los modelos y se comparan los resultados para los dos portafolios propuestos. Finalmente, se concluye resaltando los hallazgos y posibles extensiones del trabajo.

2. Modelo MV de Markowitz

Markowitz (1952, 1959) desarrolló el modelo MV considerando el retorno esperado de los activos, $\boldsymbol{\mu} \in \mathbb{R}^{n \times 1}$, y la matriz de varianzas-covarianzas, $\boldsymbol{\Sigma} \in \mathbb{R}^{n \times n}$. Así, el retorno esperado del portafolio viene dado por $\mu_p = \mathbf{w}'\boldsymbol{\mu}$, con varianza como $\sigma_p^2 = \mathbf{w}'\boldsymbol{\Sigma}\mathbf{w}$, donde $\mathbf{w} \in \mathbb{R}^{n \times 1}$ es el vector de pesos, o las participaciones porcentuales de los activos. Además, el problema de optimización se formula, de forma compacta, de la siguiente manera:

$$\min_{\{\mathbf{w}\}} \{\mathbf{w}'\boldsymbol{\Sigma}\mathbf{w}\} \quad \text{s. a. } \mathbf{w}'\mathbf{1} = 1 \text{ y } \mathbf{w}'\boldsymbol{\mu} = \mu_0 \quad (1)$$

Donde: $\mathbf{1} \in \mathbb{R}^{n \times 1}$ e un vector de unos y μ_0 representa el retorno esperado del portafolio con menor riesgo. Bajo esta formulación de Markowitz y, asumiendo que los retornos de los activos siguen una distribución normal, el portafolio óptimo se obtiene al minimizar la medida de riesgo para un nivel dado de retorno esperado. También, se puede incorporar la restricción en los pesos negativos, i.e. $\mathbf{w} \geq 0$. Este problema de optimización representa un problema de programación cuadrática (QP, por sus siglas en inglés).

Este modelo MV de Markowitz fue el punto de partida de la teoría moderna de portafolio (TMP) y proporcionó las bases para la construcción óptima de portafolios bajo diferentes restricciones o, incluso para otras medidas de riesgo (Sortino y Price, 1994; Uryasev y Rockafellar, 2001; Rockafellar y Uryasev, 2002). Sin embargo, el modelo MV presenta varias limitaciones, como fue señalado por Michaud (1998), Best y Grauer (1991), Black y Litterman (1992), y Chopra y Ziemba (1993). Por ejemplo, al utilizar solo datos históricos para la estimación de los parámetros $\boldsymbol{\mu}$ y $\boldsymbol{\Sigma}$, no tiene en cuenta la incertidumbre de estas estimaciones, lo cual genera soluciones altamente sensibles o portafolios muy concentrados. Una alternativa practica para superar estas limitaciones, se encuentra en el enfoque de PR.

3. Contribución al riesgo y enfoque de PR

El enfoque de PR fue propuesto por Qian (2005) y formalizado por Maillard et al. (2010), Qian (2011), y Roncalli (2014)³. A diferencia del modelo de MV de Markowitz, que busca minimizar la varianza del portafolio para un retorno esperado, el enfoque de PR busca construir un portafolio en el que todos los activos contribuyen de manera igual al riesgo total, equilibrando la participación de cada uno en el riesgo del portafolio. En este contexto, el enfoque de PR representa una alternativa al modelo MV para construir portafolios más diversificados, como afirman Roncalli (2014) y Fabozzi et al. (2021), ya que considera la contribución al riesgo de cada activo, CR_i , en el portafolio. Como la CR_i viene dada por $w_i \frac{\partial \sigma}{\partial w_i}$, entonces, siguiendo a Maillard et al (2010) y Wu et al. (2020), la contribución de todos los activos al riesgo del portafolio, medido por su desviación estándar σ_p , se obtiene mediante⁴:

$$\sum_{i=1}^n w_i \frac{\partial \sigma_p}{\partial w_i} \quad (2)$$

De esta forma, para n de activos, un portafolio de PR es el portafolio en el que cada activo tiene la misma CR_i . Por tanto, el portafolio de PR debe satisfacer:

$$w_i \frac{\partial \sigma_p}{\partial w_i} = w_j \frac{\partial \sigma_p}{\partial w_j} \quad \forall i, j = 1, 2, 3, \dots, n \quad (3)$$

Siguiendo a Qian (2005) y Maillard et al (2010), el portafolio de PR se puede obtener en su formulación *naive* (PRn), también conocida como *pseudo*-PR, al tomar la proporción de la relación inversa del riesgo de cada activo, es decir, mediante:

$$\mathbf{w} = \frac{\boldsymbol{\sigma}^{-1}}{\mathbf{1}'\boldsymbol{\sigma}^{-1}} \quad (4)$$

La PRn consiste en reducir el peso de los activos más riesgosos o volátiles y aumentar el peso de los menos riesgosos. Aunque es una solución simple, tiene el inconveniente de ignorar las covarianzas entre los activos, lo cual es clave para estimar el riesgo total del portafolio. Como alternativa, surge la PR *vanilla* (PRv), también conocida como paridad de las fuentes de riesgo (Maillard et al., 2010; Roncalli, 2014). Si la medida de riesgo es la volatilidad del portafolio, de manera

³ Aunque su origen se remonta a los años 90, cuando el fondo de inversión Bridgewater lanzó el primer fondo de paridad de riesgo, llamado All-Weather Fund, esta estrategia se basaba en asignar pesos a los activos en proporción inversa a su volatilidad. Más tarde, Qian (2005) y Maillard et al. (2010) desarrollaron una definición formal de la paridad de riesgo, que incluye las correlaciones entre activos y se enfoca en la contribución de cada uno al riesgo total del portafolio. Para más detalles, ver Roncalli (2014) y León y Zapata (2023).

⁴ Algunas extensiones de este enfoque incluyen medidas de riesgo a la baja, como el valor en riesgo (VaR) y el valor en riesgo condicional (CVaR). También está el trabajo de Choueifaty y Coignard (2008), quienes desarrollaron la medida de máxima diversificación. Para más detalles, ver Boudt et al. (2013) y Haugh et al. (2014).

similar a lo indicado en la ecuación (3), se cumple que $w_i(\Sigma \mathbf{w})_i = w_j(\Sigma \mathbf{w})_j$. El portafolio PRv se obtiene al resolver las raíces del polinomio descrito en la ecuación (5).

$$w_i(\Sigma \mathbf{w})_i = b_i \mathbf{w}' \Sigma \mathbf{w} \quad (5)$$

Aquí, se introducen un conjunto de restricciones factibles \mathcal{W} , como $\mathbf{1}' \mathbf{w} = 1$ y $\mathbf{w} \geq 0$, de tal forma que $\mathbf{w} \in \mathcal{W}$, donde:

$$\Sigma \mathbf{w} = \mathbf{b}/\mathbf{w} \quad (6)$$

Esta formulación, como afirman Maillard et al. (2010), se puede resolver usando métodos numéricos a partir del siguiente problema:

$$\min_{\{\mathbf{w}\}} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n (w_i(\Sigma \mathbf{w})_i - w_j(\Sigma \mathbf{w})_j)^2 \quad \text{s. a. } \mathbf{w} \in \mathcal{W} \quad (7)$$

El problema descrito en la ecuación (7) minimiza las diferencias al cuadrado entre las CR de todos los pares de activos. A partir de esta formulación, se encuentran otras soluciones utilizando otros métodos numéricos, como se muestra en Roncalli (2014), Feng y Palomar (2015), Roncalli y Weisang (2015), y Wu et al. (2020). Además, dado que la PR se enfoca únicamente en la medida de riesgo del portafolio, puede considerarse un enfoque orientado a la gestión de riesgos, según Qian (2011) y Roncalli (2014). Esto permite crear portafolios más diversificados que el modelo MV, lo cual muestra al enfoque de PR como una estrategia de asignación orientada en las diferentes fuentes de riesgo, o como un enfoque de presupuestación de riesgos o *risk budgeting*.

Finalmente, siguiendo los desarrollos de Chouiefaty y Coignard (2008), se puede ajustar la relación riesgo-retorno del modelo MV para construir un portafolio que logre el mayor grado de diversificación. De forma análoga a la medida de Sharpe, ellos introdujeron la medida de máxima diversificación, la cual depende únicamente de la volatilidad del portafolio bajo la noción de que su retorno está relacionado directamente con la volatilidad.

4. Implementación de los modelos y resultados

En esta sección, se implementa el modelo de PR para dos portafolios de inversión: i) uno para el mercado de valores estadounidense, basado en el índice DJIA; y ii) otro internacional que incluye los índices representativos para mercados de Estados Unidos (DJIA), México (MXX), y Brasil (BVSP). Se compara el retorno de ambos portafolios con el enfoque tradicional MV de Markowitz, utilizando medidas como el retorno esperado, la volatilidad (desviación estándar) y el coeficiente de Sharpe. Además, se realiza un análisis de concentración de los portafolios usando el índice Herfindahl-Hirschman (HHI). Esta aplicación se desarrolló utilizando en el software R.

4.1 Datos

El modelo de PR se aplica a los dos portafolios propuestos para demostrar sus ventajas en términos de diversificación en mercados con diferentes características. El análisis cubre el periodo de agosto de 2010 a agosto de 2023, utilizando precios de cierre ajustados de las acciones y los índices representativos de cada mercado con datos mensuales⁵. En el primer caso, el modelo se aplica al mercado de valores estadounidense, utilizando el índice DJIA como *benchmark*. Este índice incluye las 30 compañías industriales más importantes de Estados Unidos. Se seleccionan las 15 compañías con mejor desempeño histórico, medido por el coeficiente de Sharpe⁶. La Tabla 1 muestra las medidas de retorno esperado, volatilidad y el coeficiente de Sharpe para estas acciones y el índice.

Tabla 1. Parámetros de los activos – mercado DJIA

Activo	Nombre	Retorno esperado	Volatilidad	Coef. de Sharpe
AAPL	Apple Inc.	0.0208	0.0777	0.2669
AMGN	Amgen Inc.	0.0123	0.0637	0.1933
HD	The Home Depot	0.0178	0.0589	0.3027
HON	Honeywell International Inc.	0.0122	0.057	0.2138
JNJ	Johnson & Johnson	0.0091	0.0441	0.2064
KO	The Coca-Cola Company	0.0074	0.0455	0.1635
MCD	McDonald's	0.011	0.0445	0.2465
MRK	Merck Sharp & Dohme	0.0104	0.0529	0.196
MSFT	Microsoft Corporation	0.0186	0.0591	0.3146
NKE	Nike Inc.	0.0123	0.0717	0.171
PG	Procter & Gamble	0.0086	0.0435	0.1965
TRV	The Travelers Companies	0.0096	0.0557	0.1732
UNH	United Healthcare	0.0186	0.0549	0.3394
V	Visa Inc.	0.0176	0.0551	0.3198
WMT	Walmart	0.0094	0.0507	0.1857
DJIA	Dow Jones Industrial Average	0.0079	0.0412	0.1935

Fuente: calculos propios.

La tabla 1 permite verificar el buen desempeño que presentaron las compañías seleccionadas durante el periodo de análisis, al alcanzar coeficientes de Sharpe mayores a 0.18. Además, la tabla 2 presenta las mismas medidas para los índices que componen el portafolio internacional.

⁵ Se utiliza información histórica mensual de los activos e índices para evitar las diferencias que suelen presentarse en los datos diarios, especialmente al trabajar con distintos mercados.

⁶ Se escogen estas compañías buscando evitar un desempeño negativo o altas volatilidades durante el periodo de análisis.

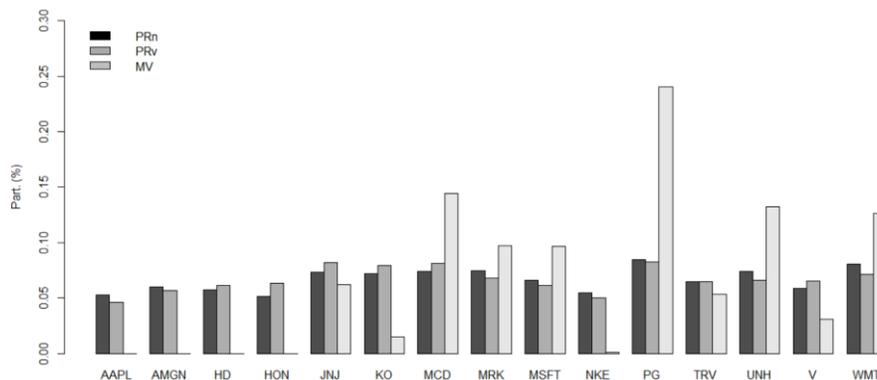
Tabla 2. Parámetros de los mercados

Índices	Retorno esperado	Volatilidad	Coef. de Sharpe
DJIA	0.0079	0.0412	0.1935
MXX	0.0033	0.0420	0.0785
BVSP	0.0037	0.0642	0.0574

Fuente: calculos propios.

4.2 Resultados para el portafolio del mercado de Estados Unidos: DJIA

Los portafolios óptimos MV, PRn y PRv se construyen siguiendo las formulaciones indicadas atrás, tomando solo posiciones largas ($w \geq 0$). Los resultados de los pesos óptimos de estos portafolios se muestran en la gráfica 1. Los resultados confirman las diferencias significativas en la composición de los portafolios del modelo MV y del modelo de PR *naive* (PRn) y *vanilla* (PRv). Allí, se resalta la menor diversificación del portafolio MV, en el que no solo se identifica una alta participación de un solo activo como: PG y, además, excluye cuatro activos: AAPL, AMGN, HD y HON; mientras que uno presenta una participación reducida: NKE. En contraste, los portafolios PRn y PRv presentan una composición mucho más homogénea y no excluyen a ningún activo. Esto permite comprobar la mayor diversificación que se encuentra en los dos portafolios de PR.



Gráfica 1. Pesos óptimos de los portafolios MV y PR

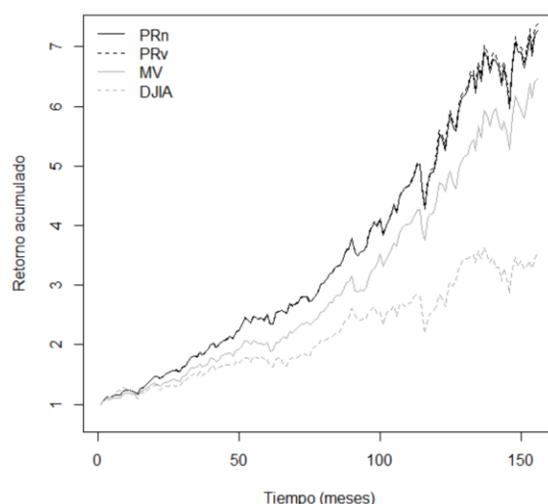
Fuente: elaboración propia.

Por otra parte, en materia de desempeño se identifica una mejora en los resultados de los portafolios PR respecto al portafolio MV y al índice DJIA, como muestran la tabla 3 y la gráfica 2. En primer lugar, para el periodo de análisis se confirma mayores retornos esperados y una mejor relación de Sharpe para los dos portafolios de PR.

Tabla 3. Resultados de los portafolios óptimos y del índice DJIA

	PRn	PRv	MV	DJIA
Retorno:	0.0126	0.0127	0.0119	0.008
Volatilidad:	0.0345	0.0344	0.0321	0.0412
Coef. de Sharpe:	0.3648	0.3695	0.3607	0.1935
No. Activos	15	15	11	30

Fuente: calculos propios.

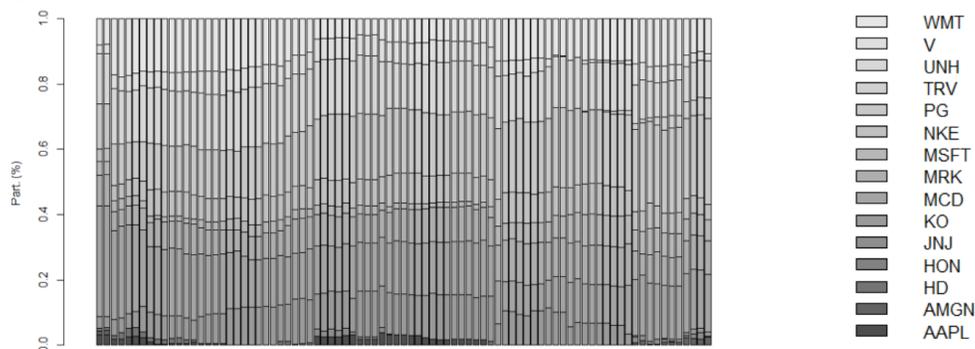


Gráfica 2. Retorno acumulado de los portafolios
 Fuente: elaboración propia

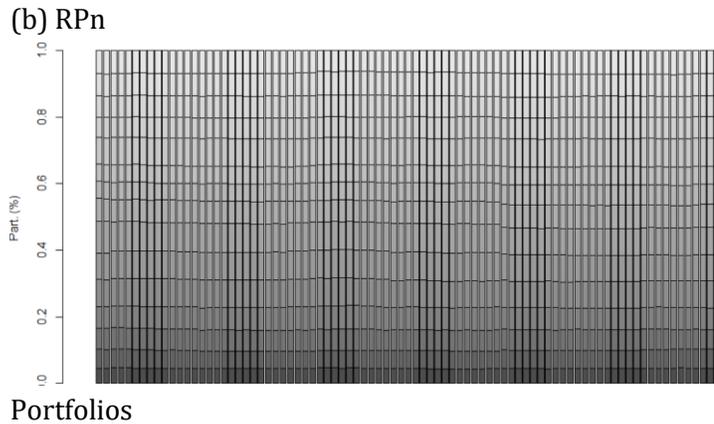
La gráfica 2 muestra los retornos acumulados para los portafolios óptimos y el índice DJIA, confirmando un mejor resultado para los portafolios de PR, aunque sin mayor diferencia para PRn y PRv. Estos resultados confirman las ventajas de los modelos de PR, frente al modelo tradicional MV. Ahora bien, con el propósito de llevar a cabo un ejercicio mucho más robusto de verificación de los resultados y, que permitan mostrar la consistencia de los portafolios de PR, frente al portafolio MV, se realiza un ejercicio de rebalanceo mensual de los portafolios tomando una ventana móvil de 60 meses.

Teniendo en cuenta las pequeñas diferencias que se presentan entre los portafolios PRn y PRv, para este ejercicio se toma solo el portafolio PRn. A partir de estos resultados se realiza nuevamente una evaluación de desempeño y de concentración para todos los portafolios. Como resultado se obtienen 85 actualizaciones de los portafolios para todo el periodo de análisis. La gráfica 3 muestra el proceso de rebalanceo o actualización en la composición de cada uno de los tres portafolios (MV, RP y RBP).

(a) MV



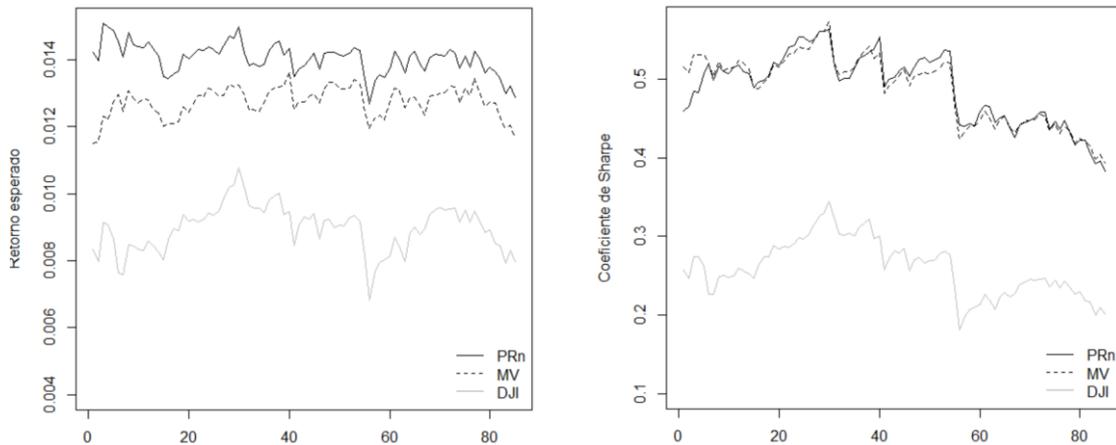
Portfolios



Gráfica 3. Rebalanceo de los pesos de los portafolios
Fuente: elaboración propia.

Los resultados confirman cambios frecuentes que presenta el portafolio MV, es decir, estos resultados ratifican el problema de sensibilidad que tiene este modelo frente a los parámetros estimados, como fue señalado atrás. Además, se identifica la exclusión de gran parte de los activos que componen el portafolio. En el caso del portafolio PRn, los cambios de un periodo a otro son mínimos o incluso nulos en algunos casos, lo cual confirma la mayor consistencia de este enfoque frente al modelo MV.

La gráfica 4 muestra los cálculos de los retornos esperados y el coeficiente de Sharpe de los portafolios para cada actualización en todo el periodo de análisis. Allí se observa una mejora en el retorno esperado del portafolio PRn y un mayor coeficiente de Sharpe en la mayoría de los periodos. Además, en ambos casos la diferencia con respecto al índice DJIA es notable.



(a) Retornos esperados de los portafolios (b) Coef. de Sharpe de los portafolios

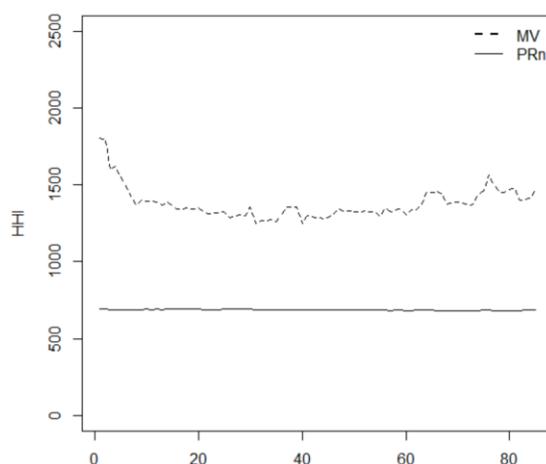
Gráfica 4. Desempeño de los portafolios en el rebalanceo
Fuente: elaboración propia.

Finalmente, la consistencia de los portafolios PR puede confirmarse con un indicador de concentración. Para ello, se utiliza el índice Herfindahl-Hirschman (HHI), como sugieren León y

Zapata (2023) y Zapata et al. (2023), calculado como la suma de los cuadrados de los pesos de cada uno de los n activos que componen el portafolio:

$$HHI = \sum_{i=1}^n w_i^2 \quad (14)$$

El índice HHI se calcula para todos los portafolios obtenidos en el ejercicio de rebalanceo. La gráfica 5 muestra el HHI de los 85 portafolios móviles. Mientras que el HHI del portafolio PRn se encuentra alrededor de 700, el del portafolio MV varía entre 1.400 y 1.800, mostrando así una alta sensibilidad. Esto refleja los cambios significativos que presenta su composición cuando cambia la muestra de datos.

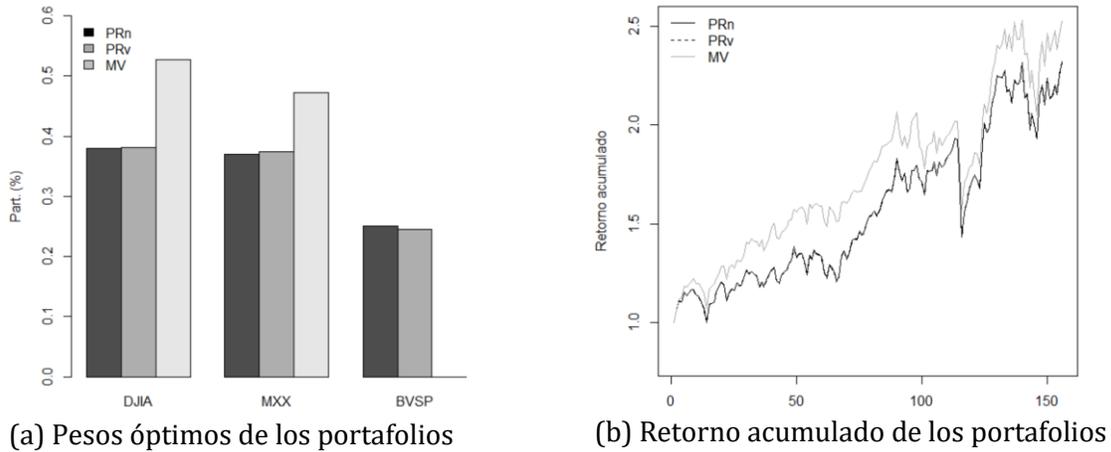


Gráfica 5. Índice HHI de los portafolios MV y PRn
Fuente: elaboración propia.

4.2 Resultados para el portafolio internacional: DJIA, MXX y BVSP.

Los portafolios óptimos MV, PRn y PRv se construyen usando la misma metodología, pero ahora para un portafolio internacional que combina los mercados DJIA, MXX y BVSP. Los resultados sobre la composición (pesos óptimos) y el desempeño de estos portafolios se presentan en la gráfica 6 y la tabla 4.

Los resultados confirman diferencias significativas en la composición de los portafolios y la alta concentración del modelo MV en comparación con las alternativas PRn y PRv. Se destaca la menor diversificación del portafolio MV, con una participación superior al 50% en el mercado DJIA y la exclusión del BVSP. En cuanto al desempeño histórico, los portafolios PR no alcanzan buenos resultados en comparación con el modelo MV, como se observa en la gráfica 6b y la tabla 4.



Gráfica 6. Composición y retorno acumulado de los portafolios

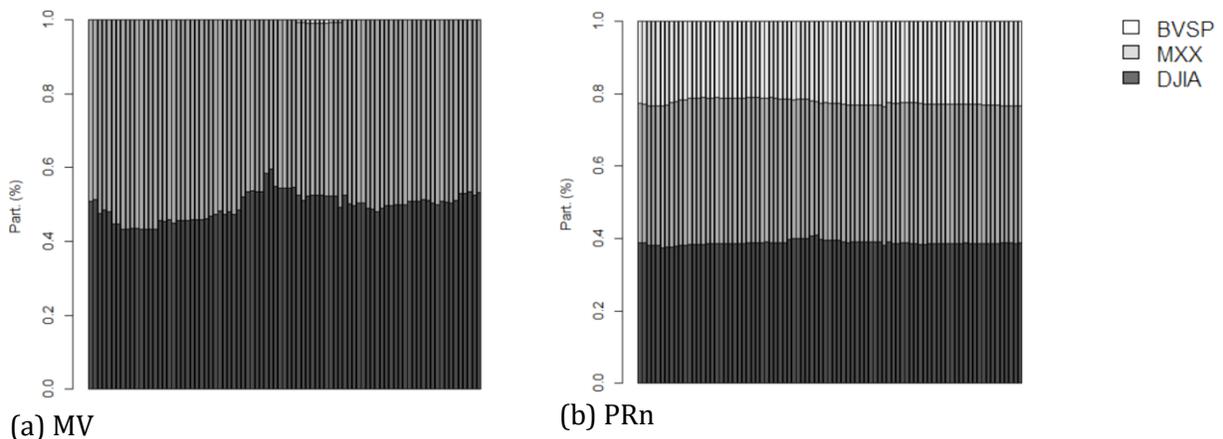
Fuente: elaboración propia.

Tabla 4. Resultados de los portafolios óptimos

	PRn	PRv	MV
Retorno:	0.0052	0.0052	0.0058
Volatilidad:	0.0399	0.0400	0.0375
Coef. de Sharpe:	0.1299	0.1294	0.1536

Fuente: calculos propios.

Sin embargo, los resultados confirman la ventaja del modelo PR para construir portafolios más diversificados, como muestra la gráfica 7. Al realizar el ejercicio de rebalanceo mensual, se observan cambios sustanciales en el portafolio MV. Durante las 85 actualizaciones a lo largo del periodo de análisis, se nota la alta sensibilidad de todos los mercados, mientras que el rebalanceo de los portafolios PRn es mínimo.

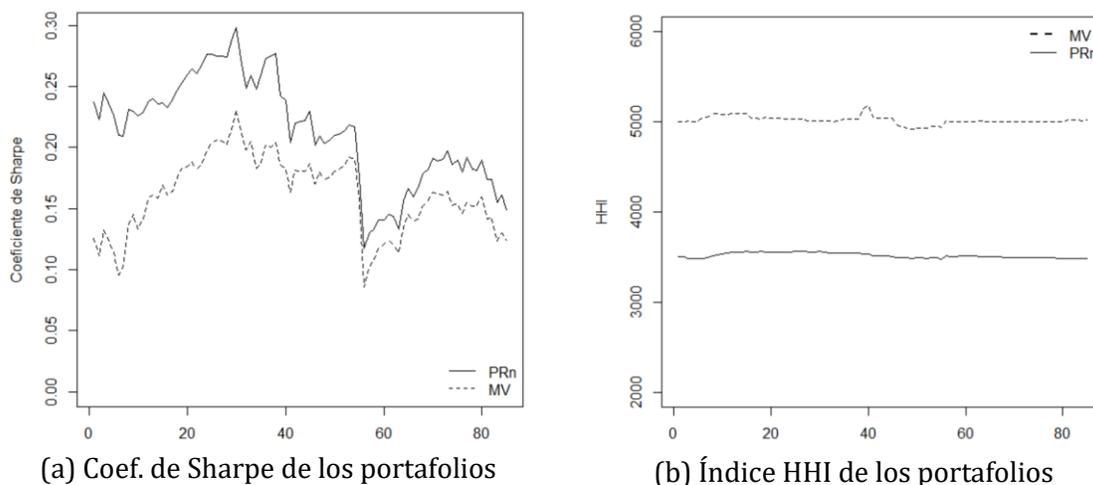


Gráfica 7. Rebalanceo de los pesos de los portafolios

Fuente: elaboración propia.

La gráfica 7a muestra los cambios frecuentes que presenta el portafolio MV, confirmando su alta sensibilidad a los parámetros estimados, como se mencionó anteriormente. En contraste, los

cambios en el portafolio PRn de un periodo a otro son mínimos o incluso nulos. Finalmente, para reforzar la consistencia de este enfoque frente al modelo MV, la gráfica 8 presenta los coeficientes de Sharpe de los portafolios en cada rebalanceo. Allí, se observa un coeficiente de Sharpe mayor en el portafolio PRn para todo el periodo.



Gráfica 8. Desempeño de los portafolios e índice HHI

El índice HHI para los 85 portafolios móviles presenta un menor grado de concentración para el portafolio PRn, en comparación con el portafolio MV. Mientras que para el portafolio PRn este indicador se encuentra por debajo de 3.600 con pequeños cambios, para el portafolio MV el indicador oscila entre 5.000 y 5.100.

5. Conclusiones

En este trabajo se implementó el modelo PR para la construcción de portafolios óptimos, superando las limitaciones del modelo MV de Markowitz. Este nuevo enfoque permitió crear portafolios más robustos en las dos aplicaciones propuestas, resolviendo problemas de sensibilidad y diversificación. El enfoque PR permite construir portafolios más consistentes al minimizar los rebalanceos durante el periodo de análisis, logrando una mejor diversificación y un desempeño superior. Por ello, el modelo PR ofrece ventajas importantes sobre el modelo MV de Markowitz al superar sus principales limitaciones. Además, su simplicidad permite replicarlo en diferentes mercados y clases de activos.

A pesar de sus ventajas, el modelo PR no está exento de limitaciones. Su capacidad de diversificación y reducción de rebalanceos puede disminuir en mercados con alta volatilidad o cambios estructurales abruptos. Además, al depender de una estructura robusta para minimizar la sensibilidad, el modelo podría no capturar con la misma rapidez las oportunidades de corto plazo que otros enfoques más dinámicos. Por lo tanto, es importante considerar estas limitaciones al aplicarlo en escenarios complejos o en condiciones de mercado cambiantes.

Para futuros estudios, se sugiere adoptar enfoques alternativos como la presupuestación de factores de riesgo o *risk budgeting*, que proporciona una visión integral de la atribución del riesgo en

el portafolio. También sería útil evaluar la sensibilidad del modelo frente a otras clases de activos, como *commodities* o títulos de renta fija. Estas extensiones pueden ampliar el análisis del enfoque PR y aportar desarrollos valiosos para la industria financiera.

Referencias

- [1] Bellini, F., Cesarone, F., Colombo, C., y Tardella, F. (2021). Risk parity with expectiles. *European Journal of Operational Research*, 291(3), 1149-1163. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2020.10.009>
- [2] Best, M., y Grauer, R. (1991). Sensitivity analysis for mean-variance portfolio problems. *Management Science*, 37(8), 980-989. <https://doi.org/10.1287/mnsc.37.8.980>
- [3] Black, F. y Litterman, R. (1992). Global portfolio optimization. *Financial Analysts Journal*, 48(5), 28-43. <https://doi.org/10.2469/faj.v48.n5.28>
- [4] Boudt, K., Carl, P., y Peterson, B. G. (2013). Asset allocation with conditional value-at-risk budgets. *Journal of Risk*, 15(3), 39-68. <https://doi.org/10.21314/JOR.2013.258>
- [5] Bruder, B., Kostyuchyk, N., y Roncalli, T. (2022). *Risk parity portfolios with skewness risk: An application to factor investing and alternative risk premia*. arXiv preprint arXiv:2202.10721. <https://doi.org/10.48550/arXiv.2202.10721>
- [6] Castro Pérez, J. J., y Medina-Reyes, J. E. (2021). Fuzzy Portfolio Selection with Sugeno Type Fuzzy Neural Network: Investing in the Mexican Stock Market. *Revista Mexicana de Economía y Finanzas*, 16, e583. <https://doi.org/10.21919/remef.v16i0.583>
- [7] Chakravorty, G., Awasthi, A., Srivastava, S., Gupta, S., y Singhal, M. (2019). *Active risk budgeting: a portfolio construction methodology for futures strategies*. SSRN working paper. <http://dx.doi.org/10.2139/ssrn.3376062>
- [8] Chopra, V. y Ziemba, W. (1993). The effects of errors in means, variances, and covariances on optimal portfolio choice. *Journal of Portfolio Management*, 19(2), 6-11.
- [9] Choueifaty, Y., y Coignard, Y. (2008). Toward maximum diversification. *The Journal of Portfolio Management*, 35(1), 40-51. <https://doi.org/10.3905/JPM.2008.35.1.40>
- [10] Costa, G., y Kwon, R. H. (2020). Generalized risk parity portfolio optimization: An ADMM approach. *Journal of Global Optimization*, 78, 207-238. <https://doi.org/10.1007/s10898-020-00915-x>
- [11] Fabozzi, F., Focardi, S., Kolm, P. y Pachamanova, D. (2007). *Robust portfolio optimization and management*. John Wiley & Sons.
- [12] Fabozzi, F. A., Simonian, J., y Fabozzi, F. J. (2021). Risk parity: The democratization of risk in asset allocation. *The Journal of Portfolio Management*, 47(5), 41-50. <https://doi.org/10.3905/jpm.2021.1.228>
- [13] Feng, Y., y Palomar, D. P. (2015). SCRIP: Successive convex optimization methods for risk parity portfolio design. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 63(19), 5285-5300. <https://doi.org/10.1109/TSP.2015.2452219>
- [14] Garlappi, L., Uppal, R. y Wang, T. (2007). Portfolio selection with parameter and model uncertainty: A multi-prior approach. *The Review of Financial Studies*, 20(1), 41-81. <https://doi.org/10.1093/rfs/hhl003>
- [15] Haugh, M. B., Iyengar, G., y Song, I. (2017). A generalized risk budgeting approach to portfolio construction. *Journal of Computational Finance*. 21(2), 29-60. <https://doi.org/10.21314/JCF.2017.329>
- [16] Jiménez-Preciado, A.L., Venegas-Martínez, F., y Ramírez-García, A. (2022). Stock Portfolio Optimization with Competitive Advantages (MOAT): A Machine Learning Approach. *Mathematics*, 10, 4449. <https://doi.org/10.3390/math10234449>

-
- [17] Lee, T. K., y Sohn, S. Y. (2023). Alpha-factor integrated risk parity portfolio strategy in global equity fund of funds. *International Review of Financial Analysis*, 88, 102654. <https://doi.org/10.1016/j.irfa.2023.102654>
- [18] León, B., y Zapata, C. (2023). *Gestión moderna de portafolio: una guía cuantitativa con aplicaciones en R y Python*. CESA - Colegio de Estudios Superiores de Administración.
- [19] Lohre, H., Neugebauer, U., y Zimmer, C. (2012). Diversified risk parity strategies for equity portfolio selection. *The Journal of Investing*, 21(3), 111-128. <https://doi.org/10.3905/joi.2012.21.3.111>
- [20] Maillard, S., Roncalli, T., y Teiletche, J. (2010). The properties of equally weighted risk contribution portfolios. *Journal of Portfolio Management*, 36(4), 60-70. <https://doi.org/10.3905/jpm.2010.36.4.060>
- [21] Markowitz, H. (1952). Portfolio selection. *The Journal of Finance*, 7(1), 77-91.
- [22] Markowitz, H. (1959). *Portfolio selection: Efficient diversification of investments*. New Heaven: Yale university Press.
- [23] Michaud, R. (1989). The Markowitz optimization enigma: Is optimization optimal? *Financial Analysts Journal*, 45(1), 31-42. <https://doi.org/10.2469/faj.v45.n1.31>
- [24] Michaud, R. (1998). *Efficient asset management: a practical guide to stock portfolio optimization and asset allocation*. Oxford University Press.
- [25] Qian, E. (2005). *Risk parity portfolios: Efficient portfolios through true diversification*. Panagora Asset Management, Technical Report.
- [26] Qian, E. (2006). On the financial interpretation of risk contribution: Risk budgets do add up. *Journal of Investment Management*, 4(4), 1-11. <http://dx.doi.org/10.2139/ssrn.684221>
- [27] Qian, E. (2011). Risk parity and diversification. *The Journal of Investing*, 20(1), 119-127.
- [28] Rockafellar, R. T., y Uryasev, S. (2002). Conditional value-at-risk for general loss distributions. *Journal of Banking & Finance*, 26(7), 1443-1471. [https://doi.org/10.1016/S0378-4266\(02\)00271-6](https://doi.org/10.1016/S0378-4266(02)00271-6)
- [29] Roncalli, T. (2014). *Introduction to Risk Parity and Budgeting*. CRC Press.
- [30] Roncalli, T., y Weisang, G. (2016). Risk parity portfolios with risk factors. *Quantitative Finance*, 16(3), 377-388. <https://doi.org/10.1080/14697688.2015.1046907>
- [31] Sortino, F., y Price, L. (1994). Performance measurement in a downside risk framework. *The Journal of Investing*, 3(3), 59-64. <https://doi.org/10.3905/joi.3.3.59>
- [32] Uryasev, S., y Rockafellar, R. T. (2001). Conditional value-at-risk: optimization approach. *Stochastic optimization: algorithms and applications*, 54, 411-435. https://doi.org/10.1007/978-1-4757-6594-6_17
- [33] Wu, L., Feng, Y., y Palomar, D. P. (2020). General sparse risk parity portfolio design via successive convex optimization. *Signal Processing*, 170, 107433. <https://doi.org/10.1016/j.sigpro.2019.107433>
- [34] Zapata, C., Carmona, D., y Gamboa, J. (2023). *Optimal Portfolio Selection Using a Robust-Bayesian Model*. En Figueroa, J., Hernández, G., Villa, J., Gaona, E. (Eds). *Applied Computer Sciences in Engineering* (pp. 70-79). Springer. http://doi.org/10.1007/978-3-031-46739-4_7